

# Transition Écologique et Sociale

## L2 Mathématiques

### Exercices (et solutions)

N. FELD

13 janvier 2026

## Table des matières

<b>Séance 1 : Présentation de l'UE, objectifs, méthodes</b>	<b>2</b>
0.1 Organisation de la séance . . . . .	2
0.2 Contexte de l'UE, Compétences, Connaissances . . . . .	2
0.3 Déroulement de l'UE . . . . .	5
0.4 Remarque sur les contrôles continus (CC) . . . . .	5
0.5 Consignes génériques d'examen . . . . .	6
<b>Séance 2 : Éthique et responsabilité</b>	<b>9</b>
Exercice 1 Logique et responsabilité : « Si tu ne le fais pas... » (Raisonnement) . . . . .	9
Exercice 2 Un algorithme de Google : PageRank (Algèbre linéaire/Probabilités) . . . . .	10
Exercice 3 Jeux climatiques : bien public et incitations (Théorie des jeux) . . . . .	12
Exercice 4 Dilemme du trolley climatique (Éthique/Probabilités) . . . . .	13
Exercice 5 Prévoir l'acceptabilité d'une taxe carbone (Économie/Statistiques) . . . . .	14
Exercice 6 Deviner un verdict climatique (Droit/Argumentation) . . . . .	15
Exercice 7 Qui doit faire combien ? Principes d'équité (Éthique/Modélisation) . . . . .	15
Exercice 8 Trajectoire de l' <i>Étoile noire</i> (Optimisation) . . . . .	16
<b>Séance 3 : Systémique, complexité et robustesse</b>	<b>17</b>
Exercice 1 Réseau des limites planétaires : graphes signés et rétroactions (Algèbre linéaire) . . . . .	17
Exercice 2 Système Terre, rétroactions et basculements (Equation différentielle) . . . . .	23
Exercice 3 Identité de Kaya (Modélisation) . . . . .	26
Exercice 4 Soutenabilité d'une ressource (Analyse/EDO) . . . . .	28
<b>Séance 4 : Esprit critique</b>	<b>30</b>
Exercice 1 Face à des arguments climato-sceptiques (Esprit critique) . . . . .	30
Exercice 2 Fonctions convexes et unicité d'un minimum (Analyse/Optimisation) . . . . .	33
Exercice 3 Inégalités et courbe de Lorenz (Analyse/Probas) . . . . .	35
<b>Séance 5 : Prospective</b>	<b>37</b>
Exercice 1 Budget carbone et trajectoires d'émissions (Modélisation) . . . . .	37
Exercice 2 Prédire la fin de monde (partie 1) : une intégrale de type bêta (Intégration) . .	45
Exercice 3 Prédire la fin du monde (partie 2) : estimateur de Laplace-Bayes (Probabilités)	46
<b>Séance 6 : Coopérer et agir en collectif</b>	<b>54</b>
Exercice 1 Démocratie, règles de vote et paradoxes de l'agrégation (Théorie du choix social)	54
Exercice 2 Un théorème d'impossibilité d'Arrow (Théorie du choix social) . . . . .	60
<b>Séances 7 et 8 : Examens</b>	<b>64</b>

# Séance 1 : Présentation de l'UE, objectifs, méthodes

*Durée : 90 min Compétences : (1) Éthique et responsabilité, (2) Systémique, (3) Esprit critique, (4) Prospective, (5) Coopérer*

---

## 0.1 Organisation de la séance

- Présentation de l'UE, compétences visées, socle de connaissances, méthodes d'évaluation.
- Questions-réponses.
- Si le temps le permet : démarrage de la feuille S2.

## 0.2 Contexte de l'UE, Compétences, Connaissances

**1 Contexte :** Notre université a placé la transition écologique et sociale au cœur de son projet d'établissement notamment à travers la mise en œuvre du rapport Jouzel-Abbadie (février 2022) qui s'ouvre par ces mots : "L'urgence de la lutte contre le réchauffement climatique et en faveur de la préservation de la biodiversité nous est régulièrement, et de plus en plus fréquemment, rappelée. Et ce à juste titre. Les rapports du GIEC et de l'IPBES qui synthétisent l'ensemble des travaux à destination des décideurs politiques et de l'ensemble de la population mondiale, en témoignent amplement et sans équivoque. [...] Il nous faut préparer tous les citoyens à la Transition écologique, entendue comme la transformation de la société afin de rétablir la viabilité de la planète. L'objectif de former tous les apprenants passant par l'Enseignement supérieur aux enjeux de la Transition écologique nécessite la mobilisation et l'évolution de tous les cursus, en formation initiale comme en formation continue, qu'ils conduisent à des concours, des diplômes nationaux, des diplômes d'Etat, des diplômes d'établissement ou des diplômes professionnels. [...] L'objectif est de faire en sorte que chacun dispose des connaissances et de compétences à même de lui permettre d'agir pour la Transition écologique en tant que citoyen et en tant que professionnel. »

**2. Le socle de domaines de compétences 2.1. Éthique et Responsabilité** L'étudiant.e interroge sa place, ses rôles, ses rapports à lui-même, aux autres et au monde dans lequel il/elle vit et grâce auquel il/elle vit. Il/elle considère l'impact des actions collectives et individuelles sur les enjeux sociaux et écologiques. Cela l'amène à conscientiser ses valeurs personnelles, et à les (ré)évaluer au regard des enjeux de la transition écologique et sociale. Il/elle perçoit le poids éthique de l'action, ainsi que les responsabilités qui en découlent en fonction des acteurs. L'étudiant.e est sensible aux dépendances vis-à-vis de son environnement. La conscience de la vulnérabilité du vivant l'amène à vouloir en défendre la dignité et la robustesse. Aussi, l'étudiant.e est capable de prendre du recul pour évaluer une action, et d'appréhender l'idée de "juste répartition" des ressources et du pouvoir. Il/elle est capable d'agir en accord avec des valeurs collectives, avec empathie et bienveillance (sans complaisance).

**2.2. Systémique, complexité et robustesse** L'étudiant.e a conscience du système Terre, dans lequel il/elle existe, représenté dans les principes de la systémie et de la théorie du Donut. Il/elle comprend la complexité des interactions entre différentes parties d'un système, notamment grâce à une approche transdisciplinaire. L'étudiant.e est capable d'articuler les sciences du vivant avec les sciences humaines et sociales pour décrire et expliquer le fonctionnement d'un système. Il/elle acquiert ainsi un certain nombre de connaissances fondamentales, qu'il/elle est capable d'analyser et de mobiliser en contexte. Il/elle est informé.e de la nécessité d'appréhender la robustesse des systèmes afin d'être résilient face aux fortes fluctuations annoncées. Il/elle sait aborder une controverse sous plusieurs angles, en identifier les acteurs, les points de tension, la complexité et les leviers d'action. Il/elle est en mesure d'identifier des solutions robustes et de se distancier de l'unique objectif de performance.

**2.3. Esprit critique** L'étudiant.e démontre son esprit critique, à savoir sa capacité à interroger ses propres croyances et savoirs. Il/elle fait usage du doute méthodique, c'est-à-dire une suspension du

jugement permettant de faire le point sur une idée. Il/elle connaît les fondamentaux épistémologiques et apprend à discriminer les niveaux d'information sur la chaîne de construction des connaissances. Il/elle appréhende l'existence de biais cognitifs et est capable de faire évoluer son propre avis (et ses allégeances, soit les opinions auxquelles il/elle est lié.e) en exerçant sa réflexivité. Il/elle est capable de débattre avec rigueur, empathie et écoute. Son argumentation, qu'il/elle est capable d'expliquer, est sourcée, structurée et articulée. Il/elle s'adapte au contexte dans lequel il/elle est et aux autres visions qui lui sont présentées. L'étudiant.e est capable de mettre en lien, dans des contextes variés, qu'ils lui soient familiers ou inédits, ses apprentissages antérieurs avec les nouveaux

**2.4. Prospective** L'étudiant.e se situe dans l'histoire et l'évolution du vivant et des sociétés humaines. Il/elle met en perspective les événements du passé, identifie les variables lourdes et les signaux faibles du présent et est capable de se projeter dans l'avenir. Face à l'incertitude, il imagine des futurs (en)viabiles grâce à une méthode prospective. Ces récits sont lucides car ils prennent en compte la complexité de nos sociétés. Ils sont également créatifs car ils font des liens entre différentes disciplines et différents styles d'écriture. L'étudiant.e est capable d'imaginer des situations en décalage avec l'existant, de formuler des idées nouvelles, de comprendre les hypothèses et conditions qui sous-tendent un récit du futur, de projeter les conséquences de l'extrapolation de tendances structurelles et de signaux faibles.

**2.5. Coopérer et agir en collectif** L'étudiant.e reconnaît son interdépendance vis-à-vis des autres. Il/elle est capable de distinguer et de reconnaître les apports de chacun.e dans une tâche collective. Aussi, il/elle échange et travaille avec les autres, avec respect, écoute, curiosité, empathie, dans une approche constructive. Il/elle appréhende le spectre des émotions et apprend à prendre en compte autant les siennes que celles des autres. Il/elle est capable de décrypter les relations entre les personnes (postures, rapports de force, hiérarchie...). Il/elle sait communiquer clairement ses intentions, ses doutes, ses envies. Il/elle sait animer des réunions et faciliter des échanges dans le cadre d'une gestion de projet, gérer des situations de conflits interpersonnels et coopérer sous tension. L'étudiant.e est capable d'identifier sa place et d'agir pour la TES dans un collectif. L'étudiant.e s'oriente dans le système politico-économique et sait déterminer les responsabilités, exiger des politiques à la hauteur des enjeux. Relié.e au vivant en classe et à l'extérieur, l'étudiant.e a bénéficié d'un enseignement qui lui permet d'expérimenter son rapport à soi, aux autres et à la nature

**3. Le socle de connaissances 3.1. Introduction** L'étudiant.e apprend les fondamentaux du système Terre. Il/elle identifie les causes anthropiques des enjeux globaux, ainsi que leurs articulations avec les dimensions économiques, sociologiques et politiques de nos sociétés. Il/elle a un premier aperçu des actions individuelles et collectives à mettre en œuvre pour traverser et faire face à ces défis.

- Il/elle comprend la théorie du Donut de Kate Raworth : le plafond environnemental composé des neuf limites planétaires, et le plancher social, constitué d'indicateurs sur des sujets tels que la santé, l'éducation, l'alimentation. Il/elle sait identifier les interactions entre le plafond et le plancher, à l'échelle d'un pays ou d'un projet.
- Il/elle sait nommer les neuf limites planétaires : le changement climatique, l'extinction de la biodiversité, la perturbation des cycles de l'azote et du phosphore, le changement d'usage des sols, le cycle de l'eau douce, l'introduction d'entités nouvelles dans la biosphère, l'acidification des océans, l'appauvrissement de la couche d'ozone, la teneur de l'atmosphère en aérosols. Il/elle comprend qu'elles sont reliées et forment une vision systémique du fonctionnement de notre planète et de la santé globale.
- Il/elle connaît les grandes dates de l'histoire de la Terre.
- Il/elle reconnaît les causes sociopolitiques et économiques des enjeux globaux et systémiques auxquels nous faisons face
- Il/elle sait identifier plusieurs actions à mettre en œuvre qui auront des co-bénéfices sur des indicateurs du plafond environnemental et du plancher social.

**3.2. Le changement climatique** L'étudiant.e acquiert quelques éléments simples et structurants sur deux aspects fondamentaux du changement climatique actuel : ses grands mécanismes physiques, et son origine anthropique.

- Il/elle sait nommer les principaux déterminants de la « machine climatique » : l'énergie solaire, l'atmosphère et l'océan, l'effet de serre. Il/elle connaît le rôle des grands cycles biogéochimiques : cycles de l'eau, du carbone, de l'azote et du phosphore. En particulier, il/elle sait nommer les trois gaz dont l'émission dans l'atmosphère est la plus grande cause d'augmentation de l'effet de serre, et leur origine : le dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) produit essentiellement par l'exploitation des combustibles fossiles, le méthane (CH<sub>4</sub>) produit par la fermentation entérique des ruminants d'élevage, le protoxyde d'azote (N<sub>2</sub>O) issu de la production et l'utilisation d'engrais.
- L'étudiant.e a une connaissance du rôle des méthodes qui permettent à la climatologie de reconstituer les climats passés de la Terre et de réaliser des projections climatiques sur le futur pour assister la prise de décision. Sans entrer dans une connaissance fine de ces méthodes elles-mêmes, il/elle sait nommer la modélisation et la paléoclimatologie ; il connaît les notions de « modèle » et d'« archive climatique » (telles que les carottes glaciaires ou sédimentaires). Il/elle sait que ces méthodes ont permis de certifier l'origine humaine de l'augmentation actuelle de la température moyenne de surface sur la Terre.
- Il/elle sait reconnaître les origines et l'évolution des émissions de gaz à effet de serre depuis la révolution industrielle, et expliquer l'influence humaine sur le climat. Il/elle identifie les pays et les grands secteurs émetteurs de gaz à effet de serre, dans l'histoire jusqu'à aujourd'hui. Il/elle comprend la dimension géopolitique du changement climatique. Il/elle connaît des ordres de grandeur au niveau global et français des principaux indicateurs climatiques, et comprend quels sont les risques présents et futurs associés. Il/elle sait identifier des mesures d'atténuation et d'adaptation, notamment au niveau de son territoire, et distingue mal-atténuation / mal-adaptation des mesures pertinentes

**3.3. La biodiversité et sa préservation** L'étudiant.e acquiert des connaissances fondamentales sur le cycle de la vie, la biodiversité, ainsi que l'épisode en cours connu sous le nom de 6<sup>e</sup> grande extinction du vivant.

- Il/elle sait définir la biodiversité et reconnaître son caractère évolutif et dynamique, en lien avec les écosystèmes.
- Il/elle connaît le rôle des activités humaines dans l'effondrement de la biodiversité (changement d'usage des terres et des mers, surexploitation directe des espèces, changement climatique, pollutions, espèces exotiques envahissantes).
- Il/elle sait identifier l'interdépendance fondamentale entre l'humanité et le reste du vivant. Il sait que l'humanité est une composante de la biodiversité.
- Il/elle connaît les différentes valeurs associées à la biodiversité.

**3.4. Les ressources et leurs disponibilités** L'étudiant.e acquiert des connaissances fondamentales sur les ressources minérales et énergétiques, l'eau, la biomasse, ainsi que sur l'interdépendance de leurs exploitations.

- Il/elle apprend à identifier les ordres de grandeur relatifs à l'extraction fossile et minière, le cycle de l'eau, la biomasse, et à les relier au fonctionnement de nos sociétés.
- Il/elle appréhende la baisse de la qualité des ressources exploitées et les impacts écologiques et socio-économiques de leur exploitation. Il/elle connaît le principe de finitude des ressources.
- Il/elle connaît les mécaniques du recyclage des ressources et ses limites. Il/elle connaît le rôle fondamental que joue la sobriété énergétique et matérielle dans la transition écologique et sociale. Il/elle sait interroger la finalité d'une production.

**3.5. La transition juste et équitable** L'étudiant.e sait relier les thématiques écologiques à des défis socio-économiques.

- Il/elle connaît l'intrication des inégalités dans les problématiques écologiques et appréhende la nécessité d'une justice sociale pour mettre en œuvre la transition écologique et sociale. Il/elle appréhende des notions comme la précarité énergétique, la précarité alimentaire, les inégalités sociales (genre, origines, revenus, territoire, logement, ...) et les inégalités face aux causes et conséquences de crises écologiques.
- Il/elle sait identifier les enjeux de l'équité entre les générations et les classes socio- économiques.
- Il/elle sait identifier les modèles de gouvernance et de démocratie (représentative, participative, délibérative) à même de mettre en œuvre la transition écologique et sociale, tant au sein des institutions que des entreprises.
- Il/elle connaît les récits du changement susceptibles de donner sens à l'action individuelle et collective. Il/elle est capable de comprendre la nécessité d'un changement de paradigme dans l'action, qui passe de la performance à la robustesse, et interroge la viabilité d'une croissance économique infinie dans le cadre des limites planétaires et sociales

### 0.3 Déroulement de l'UE

- Faire des groupes de max. 4-5 personnes (bouger les tables si nécessaire).
- Choisir un ou plusieurs exercices dans la feuille et le faire.

### 0.4 Remarque sur les contrôles continus (CC)

Les examens auront lieu durant les deux dernières séances. Si  $N_1$  (resp.  $N_2$ ) est la note obtenue au CC1 (resp. CC2), alors la note finale est :

$$\max\left(\frac{N_1 + N_2}{2}, N_2\right)$$

Il est *possible* que les notes soient harmonisées (généralement, en multipliant tous les scores par  $\frac{20}{N_{max}}$  où  $N_{max}$  est le meilleur score, supposé non-nul).

**Type d'examen** QCM 'vrai/faux' bayésien (voir ci-dessous 'Consignes génériques d'examen' pour plus de précision. La liste des questions (ainsi que les solutions) est disponible dans le polycopié du cours (en ligne). Merci de signaler tout problème dans les questions (erreurs d'énoncé, typos, solutions incorrectes, questions mal posées, etc.) à l'adresse **niels.feld@univ-rennes.fr**.

## 0.5 Consignes génériques d'examen

# Consignes génériques d'examen

Ci-dessous se trouvent des consignes d'examen à appliquer *sauf mention explicite du contraire*. En cas de doute ou d'incohérence dans l'application des diverses consignes, on pourra suivre la consigne que l'on estimera avoir le plus de chance d'entraîner des conséquences bénéfiques sur le monde.

*Remarque 0.1.* Aucun document n'est autorisé durant l'examen. L'usage de la calculatrice ou de tout appareil électrique est interdit (en particulier, les téléphones ou *smartwatch* sont interdits).

Il est possible que certains documents du cours soient autorisés selon les examens.

*Remarque 0.2.* Les examiné·es sont responsables d'apporter le matériel scolaire usuel nécessaire pour l'examen (stylos, effaceurs, feuilles de brouillon vierges, etc.). De plus, il est demandé de connaître (ou d'avoir à disposition) son *numéro étudiant*.

*Remarque 0.3.* Il est demandé d'être dans (ou devant) la salle d'examen une dizaine de minutes **avant** le début de l'épreuve.

*Remarque 0.4.* Afin de fournir un environnement favorable à l'examen, il est demandé d'entretenir le calme dans la salle avant, pendant et après l'examen. En particulier :

1. Les retards sont potentiellement acceptables (selon la gravité de la situation) à condition de ne pas déranger les autres participant·es ayant déjà commencé l'examen.
2. Il est envisageable de quitter la salle d'examen avant la fin de l'épreuve sous

réserve de ne pas déranger la concentration d'autrui.

3. La fin de l'épreuve pour la majorité ne signifie pas que l'examen est terminée pour tout le monde : les tiers temps existent !
4. Il est fortement **déconseillé** de se déplacer ou de sortir de la salle. Néanmoins, il est envisageable de sortir (e.g. pour aller aux toilettes) après vous être signalé auprès de l'examinateur.

*Remarque 0.5.* A la fin de l'examen, il est demandé de poser les stylos et d'arrêter toute progression dans le sujet d'examen (par souci d'équité). Ceci est aussi valable lors d'un QCM pour une personne qui aurait *oublié* de remplir la feuille-réponse.

*Remarque 0.6.* Notons  $X$  la durée d'un créneau de cours (e.g.  $X = 4$  heures). La durée d'un examen typique est égale à  $\frac{3}{4}X$  s'il y a des demandes de tiers temps (la durée pour les tiers temps étant alors de  $X$ ); elle est égale à  $X$  sinon.

*Remarque 0.7.* En cas d'absence non justifiée ou d'oubli de marquer correctement son nom sur sa feuille, la note par défaut est 0.

*Remarque 0.8.* L'examinateur est présent, entre autres, pour tout problème (e.g. crise de panique, de diabète, etc.) mais ne peut en aucun cas répondre aux questions d'ordre mathématique. En cas d'erreur dans le sujet d'examen, on pourra :

1. Si l'erreur est facile à résoudre, répondre à la question comme si de rien n'était ; signaler l'erreur après l'examen.

2. Si l'erreur pose des problèmes d'interprétations de la question, sauter la question ; signaler l'erreur après l'examen.

*Remarque 0.9.* Si l'examen prend la forme d'un QCM :

1. Bien noircir les cases comme ceci : ■. Il ne suffit pas de simplement cocher la case ou de vaguement la rayer. Il peut être utile de s'équiper d'un stylo/feutre adapté à ce type d'épreuve (mais attention aux feutres trop épais qui risqueraient de traverser la feuille).

2. Si une case est noircie par erreur, il est possible de la blanchir à l'aide d'un *ruban correcteur à entraînement direct* (souris Tipp-Ex) ou équivalent. Il est inutile (et fortement **déconseillé**) d'essayer de redessiner la case une fois blanchie.

3. Certaines questions demandent de *calculer* un nombre. La réponse est en général un entier naturel compris entre 0 et 999. Pour répondre à ce type de question, on codera le chiffre des centaines, puis celui des dizaines, et enfin celui des unités. Par exemple, si la réponse est '98', on noircira la case '0' de la première ligne, la case '9' de la deuxième ligne, et la case '8' de la dernière ligne. Généralement, le barème donne 100 points si la réponse est correcte,  $-0.1$  point si incorrecte, et 0 point en cas d'absence de réponse (aucune case cochée).

4. Certaines questions demandent d'indiquer *otre degré de confiance* en une affirmation. Soit  $x \in \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$  votre degré de confiance. Le barème est le suivant :

- Si l'affirmation à évaluer est vraie, alors le barème est donné par

$$Q(x) = 100 - 400 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 \quad (1)$$

Confiance	Points	
0%	-300	
10%	-224	
20%	-156	
30%	-96	
40%	-44	(2)
50%	0	
60%	36	
70%	64	
80%	84	
90%	96	
100%	100	

- Si l'affirmation à évaluer est fausse, alors le barème est donné par

$$Q(x) = 100 - 400 \left(\frac{x}{100}\right)^2 \quad (3)$$

Confiance	Points	
0%	100	
10%	96	
20%	84	
30%	64	
40%	36	
50%	0	(4)
60%	-44	
70%	-96	
80%	-156	
90%	-224	
100%	-300	

Pour plus d'informations sur ce barème, voir :

- <https://www.youtube.com/watch?v=1fuIG7rhIXo>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Scoring\\_rule#Brier/Quadratic\\_score](https://en.wikipedia.org/wiki/Scoring_rule#Brier/Quadratic_score)
- <https://www.youtube.com/watch?v=KzXVMOueokY>

## Séance 2 : Éthique et responsabilité

Durée : 90 min

Compétences : Éthique et responsabilité

---

**Exercice 1** (Logique et responsabilité : « Si tu ne le fais pas... » (Raisonnement)).

On note  $P(x)$  : «  $x$  accomplit la tâche ». La contraposée de  $A \Rightarrow B$  est  $\neg B \Rightarrow \neg A$ .

- a) On considère l'énoncé informel : « Si tu ne le fais pas, quelqu'un d'autre le fera. ». Formaliser l'énoncé en utilisant une notation symbolique. Donner sa contraposée et sa négation, en symboles puis en français.
- b) Votre patron vous a confié une tâche. Cette tâche est tout à fait à votre portée sur le plan technique, mais vous n'êtes pas certain(e) qu'elle soit légale ou éthique. Vous vous sentez mal à l'aise, mais votre patron vous dit : « Si tu ne le fais pas, quelqu'un d'autre le fera. » Pensez-vous que l'argument de votre patron est convaincant ? Cela dépend-il de qui vous êtes ou de la nature du projet ? Que répondriez-vous à votre patron ?

**Solution.**

- a) En symboles, l'énoncé s'écrit :

$$\neg P(x) \implies \exists y : (y \neq x) \wedge P(y),$$

où  $P(y)$  signifie «  $y$  le fera », et vous êtes  $x$ .

La contraposée est :

$$\neg(\exists y : (y \neq x) \wedge P(y)) \implies P(x),$$

ou, en simplifiant le membre de gauche :

$$(\forall y : (y = x) \vee \neg P(y)) \implies P(x).$$

En langage courant, la contraposée se traduit par : « Si aucune autre personne ne le fait, alors vous le ferez. » Remarquons que les constructions « si... alors... » en français suggèrent généralement une relation causale ; ce n'est pas le cas en mathématiques.

La négation de l'énoncé initial est :

$$\neg P(x) \wedge \neg(\exists y : y \neq x \wedge P(y)),$$

ce qui se simplifie en :

$$\neg P(x) \wedge \forall y : (y = x) \vee \neg P(y).$$

En mots : « Vous ne le ferez pas, et personne d'autre ne le fera non plus. »

Notons que nous n'avons pas précisé le domaine du discours. Dans le contexte actuel, ce domaine pourrait être l'ensemble des personnes capables d'accomplir la tâche : si vous êtes le seul membre de cet ensemble, alors  $\nexists y : y \neq x$ .

En tant que spécialiste, vous détenez un certain pouvoir, et vous pouvez l'utiliser pour répondre à votre patron et l'influencer.

- b) Son argument « Si tu ne le fais pas, quelqu'un d'autre le fera » est fallacieux<sup>1</sup>, car il suppose que l'action aura lieu. Or, ce n'est justement pas garanti.

Comparez cela au scénario suivant : un sac contient 1 chaussette rouge et 9 chaussettes bleues. Dix personnes sont invitées, l'une après l'autre, à venir choisir une chaussette. Alors l'affirmation « Si tu ne prends pas la chaussette rouge, quelqu'un d'autre la prendra » est vraie, à condition que les 10 personnes acceptent effectivement de choisir une chaussette (car tous les cas possibles sont ainsi couverts). Mais si moins de 10 personnes choisissent une chaussette,

---

1. ou plutôt : ce n'est pas un raisonnement valide sans hypothèse supplémentaire (sur l'ensemble des agents, leurs incitations, etc.).

alors l'affirmation « *Si tu ne prends pas la chaussette rouge, quelqu'un d'autre la prendra* » n'est plus nécessairement vraie. Ce qui est vrai dans ce cas, c'est plutôt : « *Si tu ne la prends pas, quelqu'un d'autre pourrait la prendre* » ; ou ne pas la prendre.

Ainsi, l'affirmation « *Si tu ne le fais pas, quelqu'un d'autre le fera* » suppose qu'au moins une personne sur Terre accomplira la tâche. Mais cette hypothèse n'est pas toujours valable. Peut-être êtes-vous la seule personne capable de le faire, auquel cas l'affirmation est manifestement fausse. Ou peut-être que toutes les personnes capables de le faire (par exemple, vos collègues) refusent toutes de le faire ; dans ce cas, si vous ne le faites pas, la tâche ne sera tout simplement pas accomplie.

L'énoncé correct que votre patron pourrait formuler est donc : « *Si tu ne le fais pas, quelqu'un d'autre pourrait le faire.* » Nous parlons alors de probabilités. Si la tâche est très facile (disons que plus d'un milliard de personnes sont capables) et que beaucoup d'entre elles ont une incitation à la réaliser, alors ce « *pourrait* » correspond à une probabilité élevée. En revanche, si très peu de personnes sont capables de la faire, et/ou si très peu d'entre elles ont intérêt à le faire, alors ce « *pourrait* » correspond à une probabilité extrêmement faible.

Songez maintenant aux types de tâches qu'on pourrait vous demander en tant que mathématicien.ne : combien d'autres personnes seraient réellement capables de les accomplir, et parmi celles-ci, combien seraient motivées à le faire ? Dans bien des cas, le « *pourrait* » de cette phrase **pourrait** être minuscule (par exemple, « *Si tu ne le fais pas, quelqu'un d'autre pourrait le faire avec une probabilité de 0.0000000001* »). Votre refus de participer aurait alors une influence prépondérante sur la probabilité que la tâche soit effectivement réalisée.

**Exercice 2** (Un algorithme de Google : PageRank (Algèbre linéaire/Probabilités)). On note  $M_n(\mathbb{R})$  l'ensemble des matrices réelles  $n \times n$ . Une matrice  $A = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{R})$  est dite stochastique en colonnes si, pour tout  $j \in \{1, \dots, n\}$ ,

$$a_{ij} \geq 0 \text{ pour tout } i \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^n a_{ij} = 1.$$

On rappelle que  $A$  et  $A^\top$  ont le même polynôme caractéristique, donc le même ensemble de valeurs propres (avec multiplicités).

- a) Montrer que toute matrice stochastique en colonnes  $A \in M_n(\mathbb{R})$  admet 1 comme valeur propre.
- b) **PageRank simplifié.** On modélise  $n$  pages web  $w_1, \dots, w_n$ . Pour chaque  $j \in \{1, \dots, n\}$ , on note  $n_j \geq 1$  le nombre de liens sortants depuis  $w_j$  et, pour chaque couple  $(i, j) \in \{1, \dots, n\}^2$ , on pose

$$a_{ij} := \begin{cases} \frac{1}{n_j} & \text{si la page } w_j \text{ pointe vers } w_i, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On note  $A = (a_{ij})_{ij}$ .

Montrer qu'il existe au moins un vecteur  $v \neq 0$  satisfaisant  $Av = v$ . On admet<sup>2</sup> que l'on peut choisir  $v$  tel que  $v \geq 0$  et  $\sum_i v_i = 1$ .

L'existence d'un tel vecteur  $v$  permet de classer les pages  $w_i$  selon la valeur de  $v_i$  (c'est le principe du tout premier algorithme PageRank de Google). Discuter la normalisation naturelle  $\sum_i v_i = 1$  et la non-unicité.

- c) **Discussion.** Expliquer brièvement pourquoi le choix d'un algorithme de classement (ici, un modèle linéaire  $v = Av$ ) peut produire des effets systémiques : amplification de popularité, effets de réseau, visibilité inégale des contenus.

**Solution.**

---

2. Utiliser le théorème de Brouwer sur un convexe compact bien choisi.

- a) Soit  $A \in M_n(\mathbb{R})$  stochastique en colonnes. La transposée  $A^\top$  est stochastique en lignes, c'est-à-dire que la somme des coefficients de chaque ligne vaut 1. En notant  $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)^\top \in \mathbb{R}^n$ , on a alors

$$A^\top \mathbf{1} = \mathbf{1}.$$

Le nombre 1 est donc valeur propre de  $A^\top$  avec vecteur propre  $\mathbf{1}$ . Comme  $A$  et  $A^\top$  ont le même polynôme caractéristique, la valeur propre 1 est aussi valeur propre de  $A$ . Il existe donc  $u \neq 0$  tel que  $Au = 1 \cdot u$ .

- b) Par construction, pour chaque colonne  $j$ , il y a exactement  $n_j$  entrées non nulles égales à  $1/n_j$ ; la somme des entrées de la colonne vaut 1, et  $A$  est stochastique en colonnes. D'après (a), l'équation  $Av = v$  admet une solution non nulle  $v \in \mathbb{R}^n$  (vecteur propre associé à la valeur propre 1). La relation  $Av = v$  peut se ré-écrire sous la forme  $v_i = \sum_{j: w_j \rightarrow w_i} v_j/n_j$  pour tout  $i$  (on dit que  $v_i$  est la valeur reçue). La condition  $v \neq 0$  suffit à définir un classement par ordre décroissant des  $v_i$ . La normalisation  $\sum_i v_i = 1$  est naturelle pour interpréter  $v$  comme une distribution de probabilité; elle fixe le facteur d'échelle mais n'assure pas, en général, l'unicité de  $v$  si le graphe n'est pas fortement connexe.

(Pour aller plus loin : Brouwer et positivité.)

Théorème du point fixe de Brouwer (énoncé). Soit  $K \subset \mathbb{R}^n$  un ensemble non vide, compact et convexe, et soit  $F : K \rightarrow K$  continue. Alors il existe  $x^* \in K$  tel que  $F(x^*) = x^*$ .

Application à PageRank (esquisse). On considère le simplexe

$$\Delta := \left\{ v \in \mathbb{R}^n \mid v_i \geq 0 \text{ pour tout } i \text{ et } \sum_{i=1}^n v_i = 1 \right\},$$

qui est compact et convexe. Si  $A$  est stochastique en colonnes, alors  $F(v) := Av$  envoie  $\Delta$  dans  $\Delta$  :

$$(Av)_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} v_j \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n (Av)_i = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} \right) v_j = \sum_{j=1}^n v_j = 1.$$

La fonction  $F$  est continue, donc par Brouwer il existe  $v \in \Delta$  tel que  $Av = v$ . En particulier, on peut choisir un vecteur propre stationnaire avec  $v \geq 0$  et  $\sum_i v_i = 1$ .

- c) Le choix d'un algorithme de classement modifie l'allocation d'attention : un schéma purement « référentiel » ( $v = Av$ ) tend à amplifier les structures de réseau existantes (avantage cumulatif, « rich-get-richer »).

### Références complémentaires.

- [Tournesol](#) : plateforme ouverte de recommandations d'intérêt général.
- L.-N. Hoang et al., « *Tournesol : A quest for a large, secure and trustworthy database of reliable human judgments* », arXiv :2107.07334 (2021). DOI [10.48550/arXiv.2107.07334](https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.07334).
- L.-N. Hoang et al., « *Solidago : A Modular Collaborative Scoring Pipeline* », arXiv :2211.01179 (v3, 2024). DOI [10.48550/arXiv.2211.01179](https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.01179).
- M. Gibert, L.-N. Hoang, M. Lambrecht, « *Should YouTube make recommendations for the climate ?* », Ethics and Information Technology **26**, 53 (2024). DOI [10.1007/s10676-024-09784-4](https://doi.org/10.1007/s10676-024-09784-4).
- M. Franceschet, « *PageRank : Standing on the shoulders of giants* », arXiv :1002.2858 (2010). [PDF](#).

Contexte. Un classement algorithmique à grande échelle influe sur la visibilité des contenus et donc sur les comportements collectifs. La conception du ranking et de ses paramètres est un choix de gouvernance qui peut favoriser ou défavoriser des sources, des langues ou des thématiques (par exemple, l'accès à des informations climat/énergie). Formaliser le modèle met au jour ces choix et permet d'en discuter les effets.

**Exercice 3** (Jeux climatiques : bien public et incitations (Théorie des jeux)). Soit  $n \geq 2$  un entier naturel. Soit  $\bar{a} > 0$  un réel, qui représente un niveau maximal de contribution individuelle au bien public (par exemple, un effort d'atténuation). On considère un jeu à  $n$  joueurs où, à chaque tour, chaque joueur  $i \in \{1, \dots, n\}$  ajoute une somme  $a_i \in [0, \bar{a}]$  dans un pot commun. Soient  $b, c > 0$  deux réels tels que  $b < c$ . À la fin de chaque tour, le joueur  $i$  reçoit

$$u_i(a) := b \sum_{j=1}^n a_j - c a_i.$$

et son but est de maximiser cette valeur. Le terme  $b \sum_j a_j$  modélise un bénéfice collectif (chacun profite de la somme), tandis que  $c a_i$  est un coût privé.

- a) Soit  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Pour tout  $j \neq i$ , soit  $a_j \in [0, \bar{a}]$ . On suppose que le joueur  $i$  sait que, pour tout  $j \neq i$ , le joueur  $j$  va contribuer  $a_j$ . Calculer la réponse  $a_i$  du joueur  $i$ . Trouver  $a_1, \dots, a_n \in [0, \bar{a}]$  tels que, pour tout  $i \in \{1, \dots, n\}$ , si le joueur  $i$  sait que les autres joueurs  $j \neq i$  donnent  $a_j$ , alors une meilleure réponse de  $i$  est  $a_i$  (on parle d'équilibre de Nash en stratégies pures).
- b) Trouver les valeurs  $a = (a_i)_{1 \leq i \leq n} \in [0, \bar{a}]^n$  telles que la fonction  $\sum_{i=1}^n u_i(a)$  soit maximale (on parle d'optimum social). Discuter les cas  $nb < c$ ,  $nb = c$  et  $nb > c$ .
- c) On introduit une incitation linéaire par unité de contribution : pour un paramètre  $r \in \mathbb{R}$ , on définit pour tout  $a = (a_i)_i \in [0, \bar{a}]^n$  :

$$\tilde{u}_i(a) := u_i(a) + r a_i = b \sum_{j=1}^n a_j - (c - r) a_i.$$

Montrer qu'en choisissant  $r = (n-1)b$ , les meilleures réponses individuelles sous  $\tilde{u}_i$  coïncident avec l'optimum social trouvé en (b). (On aligne ainsi l'incitation privée sur le bénéfice social marginal.)

- d) Dans quelle mesure est-il possible de modéliser le comportement de personnes ou d'institutions à l'aide d'un jeu comme ci-dessus ?

**Solution.**

- a) Le joueur  $i$  cherche à maximiser la fonction  $a_i \in [0, \bar{a}] \mapsto u_i(a)$  où  $a = (a_1, \dots, a_n)$  qui est une fonction affine de pente  $b - c < 0$ . La valeur maximale sur  $[0, \bar{a}]$  est donc atteinte en  $a_i = 0$ . Ainsi si, pour tout  $i$ ,  $a_i = 0$ , alors  $a = (a_i)_i$  satisfait la condition (on dit que c'est l'unique équilibre de Nash en stratégies pures).
- b) On a, pour tout  $a \in [0, \bar{a}]^n$ ,

$$\sum_{i=1}^n u_i(a) = nb \sum_{j=1}^n a_j - c \sum_{i=1}^n a_i = (nb - c) \sum_{i=1}^n a_i.$$

Il s'ensuit :

$$\arg \max_{a \in [0, \bar{a}]^n} \sum_i u_i(a) = \begin{cases} \{(0, \dots, 0)\} & \text{si } nb < c, \\ [0, \bar{a}]^n & \text{si } nb = c, \\ \{(\bar{a}, \dots, \bar{a})\} & \text{si } nb > c. \end{cases}$$

En particulier, si  $nb > c$ , l'optimum social est  $(\bar{a}, \dots, \bar{a})$  alors que l'équilibre de Nash est  $(0, \dots, 0)$  : c'est le phénomène de passager clandestin.

- c) Soit  $i \in \{1, \dots, n\}$  fixé. On suppose  $a_j \in [0, \bar{a}]$  donnés pour  $j \neq i$ . Sous l'utilité incitée  $\tilde{u}_i$ , on obtient

$$\tilde{u}_i(a) = b \sum_{j \neq i} a_j + (b - c + r) a_i.$$

Le bénéfice marginal privé est une fonction affine de pente  $b - c + r$ . En posant  $r = (n-1)b$ , on a  $b - c + r = nb - c$ . Par conséquent :

- si  $nb < c$ , alors  $b - c + r < 0$  et la meilleure réponse est  $a_i = 0$  pour tous ; l'optimum social en  $(b)$  est bien  $(0, \dots, 0)$  ;
- si  $nb = c$ , alors  $b - c + r = 0$  et tout  $a_i \in [0, \bar{a}]$  est meilleure réponse ; l'ensemble des équilibres reproduit l'optimum social  $[0, \bar{a}]^n$  ;
- si  $nb > c$ , alors  $b - c + r > 0$  et la meilleure réponse est  $a_i = \bar{a}$  ; l'unique équilibre obtenu est  $(\bar{a}, \dots, \bar{a})$ , qui coïncide avec l'optimum social.

Le choix  $r = (n - 1)b$  aligne donc l'incitation individuelle sur le bénéfice social marginal et supprime le sous-provisionnement.

- d) **Éléments de réponse pour lancer la discussion.** Le jeu précédent est une modélisation stylisée d'un bien public climatique : le bénéfice est collectif (tout le monde profite du pot commun), tandis que le coût est privé. À grande échelle (économie mondiale, systèmes énergétiques, négociations internationales), ce type de modèle est pertinent pour mettre en évidence la tension entre intérêt individuel et intérêt collectif et le risque de passager clandestin. Il aide surtout à raisonner sur les incitations : que se passe-t-il si l'on introduit un prix du carbone, une subvention, une norme, etc. ? C'est un outil de clarification conceptuelle plutôt qu'un modèle réaliste de tous les comportements.

En revanche, à l'échelle de petits groupes (quelques personnes, une assemblée locale, un collectif), l'hypothèse d'« homo œconomicus parfaitement égoïste » est trop simple. L'économie expérimentale montre que beaucoup de personnes tiennent compte de l'équité, de la réciprocité, de la réputation ou de l'appartenance à un groupe, et acceptent parfois de contribuer plus que ce que la maximisation égoïste prédirait.<sup>3</sup> Dans les jeux de bien public en laboratoire, on observe souvent des contributions positives, alors que le modèle linéaire avec utilités purement individuelles prédit une contribution nulle. La théorie des jeux comportementale formalise ces écarts par des modèles de préférences sociales (aversion à l'inéquité, altruisme conditionnel, normes, etc.).<sup>4</sup>

Ainsi, le jeu étudié est surtout adapté comme modèle « macro » ou comme cadre minimal : il montre que, si chacun ne tient compte que de son utilité privée, l'issue spontanée sous-fournit le bien public, et qu'un signal de prix bien choisi (ici  $r = (n - 1)b$ ) peut aligner l'intérêt individuel sur l'optimum collectif. C'est l'idée des instruments pigouviens (taxes/subventions proportionnelles à l'externalité marginale).

Contexte.

En (c), l'incitation  $r = (n - 1)b$  illustre un instrument « type pigouien » qui crédite l'externalité positive. En politique climatique, des instruments analogues sont les prix du carbone ou subventions ciblées, avec des choix équitables de compensation et de redistribution (voir, par exemple, AR6 WGIII SPM et chap. 17 pour les questions d'équité et de transition juste). Question ouverte : comment mettre en place une taxe carbone pour faciliter la transition écologique et sociale ?

**Exercice 4** (Dilemme du trolley climatique (Éthique/Probabilités)). Une catastrophe climatique locale menace deux vallées  $A$  et  $B$  séparées par un barrage mobile. Ouvrir la vanne détourne la crue vers  $B$ , la fermer la laisse frapper  $A$ . On modélise le nombre de vies perdues par des variables aléatoires  $L_A$  et  $L_B$ . On vous donne des espérances et des intervalles plausibles.

Données :  $\mathbb{E}[L_A] = 5$  et  $\mathbb{E}[L_B] = 2$ . Incertitudes :  $L_A \in [3, 8]$  et  $L_B \in [1, 6]$  avec probabilité élevée. On admet que l'action « ouvrir » entraîne certainement la perte d'une équipe de maintenance  $M = 1$  située en aval immédiat de la vanne.

- a) Calcul utilitariste. Décider d'ouvrir ou non en minimisant la perte espérée. Discuter la sensibilité de la décision aux bornes d'incertitude.

3. Voir par exemple E. Fehr et K. Schmidt, *A Theory of Fairness, Competition, and Cooperation*, Quarterly Journal of Economics, 114(3), 1999. Disponible sur <https://www.jstor.org/stable/2586885>.

4. Pour une introduction accessible, voir C. Camerer, *Behavioral Game Theory : Experiments in Strategic Interaction*, Princeton University Press, 2003. Présentation générale sur [https://books.google.com/books/about/Behavioral\\_Game\\_Theory.html?id=cr\\_Xg7cRvdcc](https://books.google.com/books/about/Behavioral_Game_Theory.html?id=cr_Xg7cRvdcc).

- b) *Contrainte de droits. Proposer une règle simple qui interdit de « sacrifier » une personne identifiée pour en sauver d'autres. Expliquer comment une telle règle modifie la décision.*
- c) *Discussion. Quels principes moraux sont en tension ici et comment les articuler dans une procédure de décision publique ?*

**Solution.**

- a) *Perte espérée si on n'ouvre pas :  $\mathbb{E}[L_A] = 5$ . Si on ouvre :  $\mathbb{E}[L_B] + M = 2 + 1 = 3$ . Le critère utilitariste recommande d'ouvrir. Avec les bornes : cas défavorable « ouvrir » =  $6 + 1 = 7$ , cas défavorable « ne pas ouvrir » = 8. Le classement reste identique mais l'écart se réduit.*
- b) *Une contrainte de droits peut stipuler : « Il est interdit de provoquer intentionnellement la mort d'un tiers particulier pour en sauver d'autres. » Dans ce cadre, le coût  $M = 1$  n'est pas commensurable, on refuse d'ouvrir même si l'espérance globale est meilleure. C'est l'intuition classique des variantes « détourner vs pousser » du trolley.*
- c) *Références pour cadrer le débat : [Trolley problem](#) ; [Panorama de la philosophie morale](#)*

**Exercice 5** (Prévoir l'acceptabilité d'une taxe carbone (Économie/Statistiques)). *On veut prédire l'adhésion du public à quatre usages des recettes d'une taxe carbone : (i) versement uniforme à tous les ménages ; (ii) baisse des cotisations sociales ; (iii) investissements verts ; (iv) réduction du déficit.*

- a) *Classez, par ordre décroissant d'acceptabilité attendue, les quatre options, en justifiant vos critères (efficacité perçue, équité, transparence).*
- b) *Proposez deux questions de sondage précises permettant d'identifier les croyances qui influencent l'acceptabilité.*
- c) *Comparaison empirique. Après votre classement, consultez la « correction » de cet exercice et comparez.*

**Solution.**

Idée générale. Deux facteurs dominent l'acceptabilité d'une taxe carbone : (i) la **croyance d'efficacité** (« est-ce que cela réduit vraiment les émissions ? ») et (ii) la **perception d'équité** (« qui paie, qui reçoit ? »). Les usages des recettes qui sont visibles, compréhensibles et perçus comme justes sont mieux acceptés que des affectations jugées lointaines ou abstraites.

**(a) Classement attendu.** La littérature empirique suggère souvent l'ordre suivant :

(i) *Dividende citoyen*  $\gtrsim$  (iii) *Investissements verts*  $\gtrsim$  (ii) *Baisse de cotisations*  $\gg$  (iv) *Réduction du déficit*.

Remarque. L'ordre exact dépend du contexte (confiance dans l'État, niveau de taxe, alternatives disponibles, etc.).

**(b) Questions de sondage ciblant les croyances.**

1. Efficacité perçue. « Pensez-vous qu'une taxe carbone (avec un prix de X €/tCO<sub>2</sub>) réduit effectivement les émissions en France ? tout à fait / plutôt oui / plutôt non / pas du tout / ne sait pas. »
  2. Confiance et équité perçues (recyclage). « Si l'État annonce que 100% des recettes sont reversées en dividende identique, pensez-vous que (i) cela sera effectivement fait et (ii) que cela serait juste ? Oui/Non pour (i), puis Très juste / Plutôt juste / Plutôt injuste / Très injuste / NSP pour (ii). »
- Ces deux croyances expliquent une part substantielle du soutien déclaré.<sup>5</sup>

**Références clés**

- [Carattini-Carvalho-Fankhauser \(2017\)](#), *Grantham/LSE - rapport de synthèse sur l'acceptabilité*.<sup>6</sup>
- [Douenne-Fabre \(2022\)](#), *AEJ: Economic Policy - France : rôle des croyances et de l'information*.

5. [Douenne-Fabre \(2022\)](#), *AEJ: Economic Policy* 14(3):60-96.

6. Conseils de design : transparence sur l'usage des recettes, compensations visibles, communication sur l'efficacité.

- Klenert et al. (2018), *Nature Climate Change* - « faire fonctionner » le prix du carbone pour les citoyens.

**Exercice 6** (Deviner un verdict climatique (Droit/Argumentation)). *Deux affaires emblématiques lient responsabilité publique et climat. On simplifie les faits pour un exercice de pronostic.*

**Cas U (Pays-Bas).** Des citoyens et une ONG demandent que l'État accroisse son effort climatique. Les juges peuvent-ils ordonner une cible plus ambitieuse (par ex. -25% vs 1990) au nom d'obligations de protection ?

**Cas G (France).** Une commune côtière et des ONG contestent la trajectoire nationale jugée insuffisante pour atteindre la cible légale 2030. Le juge administratif peut-il enjoindre au gouvernement de « prendre toutes mesures utiles » et d'en rendre compte ?

- Pour chaque cas, prédire la décision (oui/non) et énoncer deux arguments juridiques possibles.
- Discuter les implications en termes de séparation des pouvoirs et de responsabilité.

**Solution.**

- **Urgenda (Pays-Bas, 2019).** Oui. La Cour suprême confirme l'injonction d'une réduction d'au moins 25% d'ici 2020 vs 1990, au regard du devoir de protection des droits fondamentaux<sup>7</sup>.

- **Grande-Synthe (France, 2021–2023).** Oui. Le Conseil d'État enjoint l'État à prendre des mesures complémentaires pour rendre la trajectoire compatible avec l'objectif légal et contrôle le suivi<sup>8</sup>.

**Exercice 7** (Qui doit faire combien ? Principes d'équité (Éthique/Modélisation)). *On fixe un objectif commun de réduction agrégée  $X = 30 \text{ MtCO}_2\text{e}$  d'ici 2030 pour trois pays : États-Unis (US), France (FR), Sénégal (SN). Données d'ordre de grandeur (annuelles) :*

- émissions par habitant (2022) :  $(e_{\text{US}}, e_{\text{FR}}, e_{\text{SN}}) \simeq (14,21, 4,76, 0,74) \text{ tCO}_2\text{e}$  ;
- populations (2024, millions) :  $(P_{\text{US}}, P_{\text{FR}}, P_{\text{SN}}) \simeq (340,1, 68,6, 18,2)$  ;
- revenu (PIB) par habitant (USD courants, 2024, ordre de grandeur) :  $(y_{\text{US}}, y_{\text{FR}}, y_{\text{SN}}) \approx (85\,800, 46\,000, 1\,700)$ .

On notera  $E_i := e_i P_i$  les émissions totales actuelles ( $\text{MtCO}_2\text{e}/\text{an}$  si  $P_i$  est en millions) et  $Y_i := y_i P_i$  le revenu total (USD/an).

- Égalité per capita.** Proposer une règle d'allocation  $x_i$  (exprimée en  $\text{MtCO}_2\text{e}$ ) proportionnelle aux populations  $P_i$  et calculer  $(x_{\text{US}}, x_{\text{FR}}, x_{\text{SN}})$ .
- Pollueur-payeur (émissions actuelles).** Proposer  $x_i$  proportionnel aux émissions totales  $E_i = e_i P_i$  et calculer  $(x_{\text{US}}, x_{\text{FR}}, x_{\text{SN}})$ .
- Capacité à payer.** Proposer  $x_i$  proportionnel au revenu total  $Y_i = y_i P_i$  et calculer  $(x_{\text{US}}, x_{\text{FR}}, x_{\text{SN}})$ .
- Discussion.** Commenter l'acceptabilité relative de ces principes et l'intérêt de panacher plusieurs critères (droits, responsabilités, capacités) dans une « règle composite ».

**Solution.**

- Per capita. La règle est

$$x_i = X \frac{P_i}{\sum_j P_j}.$$

Avec  $(P_{\text{US}}, P_{\text{FR}}, P_{\text{SN}}) = (340,1, 68,6, 18,2)$ , on obtient

$$(x_{\text{US}}, x_{\text{FR}}, x_{\text{SN}}) \simeq (23,9, 4,8, 1,3) \text{ MtCO}_2\text{e}.$$

---

7. *ECLI:NL:HR:2019:2007*, arrêt en anglais

8. Conseil d'État, actualités en anglais (2023)

b) *Pollueur-payeur. La règle est*

$$x_i = X \frac{E_i}{\sum_j E_j} \quad \text{avec} \quad E = (14,21 \times 340,1, 4,76 \times 68,6, 0,74 \times 18,2) \text{ Mt.}$$

Numériquement  $E \simeq (4832, 326, 13,5) \text{ Mt}$ , d'où

$$(x_{\text{US}}, x_{\text{FR}}, x_{\text{SN}}) \simeq (28,0, 1,9, 0,1) \text{ MtCO}_2e.$$

c) *Capacité à payer. La règle est*

$$x_i = X \frac{Y_i}{\sum_j Y_j} \quad \text{avec} \quad Y = (85\,800 \times 340,1, 46\,000 \times 68,6, 1\,700 \times 18,2) \text{ USD.}$$

Numériquement  $Y \approx (29,18, 3,16, 0,032) \times 10^{12} \text{ USD}$ , d'où

$$(x_{\text{US}}, x_{\text{FR}}, x_{\text{SN}}) \simeq (27,0, 2,9, 0,03) \text{ MtCO}_2e.$$

d) *Discussion. Les trois règles reflètent des principes normatifs distincts : égalité des droits (per capita), responsabilité actuelle (pollueur-payeur), capacité contributive (revenu).*

*Une règle composite (dimensionnellement homogène) consiste à combiner des parts normalisées :*

$$x_i(\alpha, \beta, \gamma) = X \frac{\alpha \frac{P_i}{\sum_j P_j} + \beta \frac{E_i}{\sum_j E_j} + \gamma \frac{Y_i}{\sum_j Y_j}}{\alpha + \beta + \gamma}, \quad \alpha, \beta, \gamma \geq 0.$$

*Les poids  $(\alpha, \beta, \gamma)$  arbitrent entre droits (per capita), responsabilités (émissions) et capacités (revenu).*

*Le GIEC discute ces principes et leurs combinaisons dans le cadre de la « transition juste » (AR6 WGIII, chap. 17).*

*Sources des ordres de grandeur. Émissions par habitant 2022 : US, France, Sénégal. Populations et PIB/hab. récents : World Bank, pages pays et indicateur NY.GDP.PCAP.CD. Les chiffres sont arrondis au dixième de MtCO<sub>2</sub>e.*

**Exercice 8** (Trajectoire de l'Étoile noire (Optimisation)). *Vous faites partie de l'équipage de l'Étoile noire et vous vous trouvez face à Yavin Prime, la géante gazeuse autour de laquelle orbite votre cible : Yavin IV, la planète-jungle où se cachent Luke Skywalker et l'Alliance rebelle. Dark Vador vous ordonne de déterminer la trajectoire orbitale afin d'atteindre Yavin IV le plus rapidement possible. On modélise Yavin Prime par le disque  $\mathcal{D}$  centré en l'origine  $O = (0, 0)$  de rayon  $R > 0$ . L'Étoile noire se trouve en  $A = (a, 0)$  avec  $a > R$ , et Yavin IV se trouve derrière Yavin Prime en  $B = (-b, 0)$  avec  $b > R$ .*

*L'Étoile noire doit éviter la géante gazeuse : déterminer la longueur du plus court chemin allant de  $A$  à  $B$  et évitant l'intérieur du disque  $\mathcal{D}$  en fonction de  $a, b$ , et  $R$ .*

**Solution.**

*La solution idéale est de se "tromper" dans le calcul de la trajectoire optimale et de quitter le navire avant que Luke Skywalker n'arrive.*

*Référence pédagogique. B. Shulman, Is There Enough Poison Gas to Kill the City ? The Teaching of Ethics in Mathematics Classes. Cet article illustre quand et pourquoi la « bonne réponse » consiste à refuser de résoudre et à requalifier la question.*

## Séance 3 : Systémique, complexité et robustesse

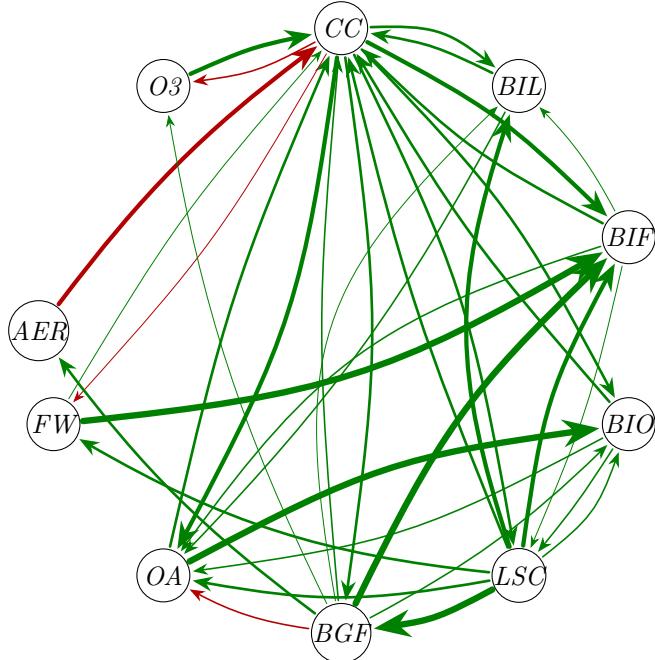
Durée : 90 min Compétences : Analyser des systèmes multi-facteurs, linéariser et diagnostiquer la stabilité locale, quantifier la sensibilité et la robustesse

**Exercice 1** (Réseau des limites planétaires : graphes signés et rétroactions (Algèbre linéaire)). On considère dix sommets correspondant aux limites planétaires, indexés 1 à 10 comme suit :

1. CC = Climate change : (forçage radiatif effectif ou  $CO_2$  atmosphérique)
2. BIL = Biosphere integrity (land) : intégrité de la biosphère terrestre, e.g. Biodiversity Intactness Index / taux d'extinction
3. BIF = Biosphere integrity (freshwater) : intégrité d'eaux douces, p. ex. abondance/richesse spécifique native
4. BIO = Biosphere integrity (ocean) : intégrité océanique, e.g. abondance d'espèces clés,
5. LSC = Land-system change : changement d'usage des terres, e.g. part de couverture forestière,
6. BGF = Biogeochemical flows : flux Azote/Phosphore (N/P) vers milieux, en  $TgN/an$  et  $TgP/an$ ,
7. OA = Ocean acidification : acidification,  $\Omega_{\text{arag}}$ ,
8. FW = Freshwater use : eau douce consommée,  $km^3/an$ , et humidité des sols,
9. AER = Aerosol loading : charge d'aérosols, e.g. profondeur optique,
10. O3 = Stratospheric ozone depletion : ozone stratosphérique, unités Dobson.

On modélise les effets directs « ligne → colonne » par la matrice  $A = (a_{ij})$  ci-dessous. Signe + : si  $i$  s'aggrave alors  $j$  tend à s'aggraver; si  $i$  s'améliore alors  $j$  tend à s'améliorer. Signe - : effet atténuant.

On associe le graphe orienté signé ci-dessous (arêtes vertes + et rouges -, épaisseur  $\propto |a_{ij}|$ ). Orientation = ligne → colonne.



	CC	BIL	BIF	BIO	LSC	BGF	OA	FW	AER	O3	
$A =$	CC	0	0.15	0.38	0.22	0.15	0.19	0.33	-0.015	0	-0.06
	BIL	0.22	0	0	0	0	0.08	0	0	0	
	BIF	0.19	0.002	0	0	0.003	0	0.04	0	0	
	BIO	0.15	0	0	0	0.02	0	0.06	0	0	
	LSC	0.45	0.80	0.08	0.08	0	1.30	0.16	0.25	0	0
	BGF	0.045	0.002	1.00	0.05	0	0	-0.03	0	0.10	0.01
	OA	0.10	0	0	1.00	0	0	0	0	0	
	FW	0.018	0	1.00	0	0	0	0	0	0	
	AER	-0.56	0	0	0	0	0	0	0	0	
	O3	0.41	0	0	0	0	0	0	0	0	

(a) **Lecture locale.** Donner une phrase d'interprétation pour chacune des trois arêtes de plus forte intensité (en valeur absolue).

(b) **Qui émet quoi, qui reçoit quoi ?** Pour chaque nœud  $i$ , calculer

$$S_{\text{out}}^+(i) = \sum_j \max(a_{ij}, 0), \quad S_{\text{out}}^-(i) = \sum_j \max(-a_{ij}, 0),$$

et les analogues  $S_{\text{in}}^+(i), S_{\text{in}}^-(i)$  en sommant sur la colonne  $j = i$ . Interpréter : quelles limites planétaires peuvent servir de levier ? Quelles limites planétaires sont des bénéficiaires à protéger ?

(c) **Effets indirects en deux sauts.** Calculer la ligne CC de  $A^2$  (i.e.  $(A^2)_{\text{CC},j}$  pour tout  $j$ ).

(d) **Ensembles « fortement connectés » et rôles structurels.** On note  $A^+ = (\max(a_{ij}, 0))$  et on regarde le graphe orienté de ses arêtes positives. On appelle composante fortement connexe (CFC) un ensemble de sommets tels que, en suivant le sens des flèches, on peut partir de n'importe lequel pour atteindre n'importe quel autre de l'ensemble (éventuellement en plusieurs sauts), et réciproquement. On dira aussi qu'un nœud source n'a aucune flèche positive entrante (tout part de lui) et qu'un nœud puits n'a aucune flèche positive sortante (tout arrive vers lui). Dans le graphe de  $A^+$ , repérer visuellement les CFC, puis identifier les nœuds sources et les nœuds puits. Expliquer en une phrase par item ce que signifie « être source » ou « être puits » de co-bénéfices, et ce qu'implique l'existence d'une CFC pour la propagation des effets positifs au sein du groupe.

(e) **Amortissement.** Pour tout  $i \in \{1, \dots, 10\}$ , on note  $d_i$  un nombre réel représentant des politiques visant à freiner l'amplification de la limite planétaire numéro  $i$ . Donner des exemples de telles politiques. Dans la suite, on note  $D$  la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont  $(d_1, \dots, d_{10})$ .

(f) **Disque de Gershgorin.** Soit  $n$  un entier naturel non-nul. Soit  $B = (b_{ij}) \in \mathbb{C}^{n \times n}$  une matrice carrée à coefficients complexes. Pour chaque  $i$ , posons

$$R_i = \sum_{j \neq i} |b_{ij}| \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_i = \{z \in \mathbb{C} : |z - b_{ii}| \leq R_i\}.$$

Alors toute valeur propre  $\lambda$  de  $B$  appartient à l'union  $\bigcup_{i=1}^n \mathcal{D}_i$ .

(g) Soit  $t \geq 0$  représentant le temps. A chaque limite planétaire  $i \in \{1, \dots, 10\}$  mesurée à l'instant  $t$ , on associe (de manière continûment dérivable) un nombre réel  $x_i(t)$  qui détermine l'écart de la limite planétaire au safe space : le but étant de rester le plus proche possible de la valeur  $x_i^{\text{safe}} = 0$ . On note  $X(t)$  le vecteur colonne  $(x_i(t))_{i \in \{1, \dots, 10\}}$  de sorte que l'on peut modéliser l'évolution de  $X(t)$  par l'équation différentielle :

$$X'(t) = (A^\top - D)X(t).$$

Autrement dit, on suppose que la propagation des écarts entre limites suit

$$\dot{x}_j(t) = \sum_i a_{ij} x_i(t) - d_j x_j(t), \quad d_j \geq 0.$$

Le terme  $\sum_i a_{ij} x_i$  modélise les influences des autres limites sur la vitesse de la limite  $j$  ; le terme  $-d_j x_j$  est un amortissement local (politiques, buffers, restauration, etc.) qui freine la dérive propre de  $j$ . La fonction  $X^{\text{safe}}$  constante égale à  $(0, \dots, 0)$  est solution de l'équation différentielle.

Montrer que si

$$\text{pour tout } i \in \{1, \dots, 10\}, \quad d_i > \sum_j |a_{ji}| \quad (\star)$$

alors les valeurs propres de la matrice  $A^\top - D$  ont une partie réelle strictement négative.

(h) On admet que la solution de l'équation différentielle peut s'écrire, pour tout  $t \geq 0$ ,

$$X(t) = \exp((A^\top - D)t)X(0)$$

où l'exponentielle d'une matrice  $M$  est  $\exp(M) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} M^n$ . On suppose que la matrice est diagonalisable : il existe  $P$  une matrice inversible et  $C = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{10})$  une matrice diagonale telles que  $(A^\top - D) = P C P^{-1}$ . Calculer  $\exp(Ct)$ .

- (i) **Stabilisation locale.** En déduire que si  $(A^\top - D)$  est diagonalisable<sup>9</sup> et la condition  $(\star)$  est validée, alors, pour tout  $i \in \{1, \dots, 10\}$ ,  $x_i(t) \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$  (on dit que la solution  $X^{\text{safe}}$  est localement stable : le système revient dans un état stable après une petite perturbation).
- (j) **Priorité.** Pour tout  $i \in \{1, \dots, 10\}$ , calculer  $s_i = \sum_{j=1}^{10} |a_{ji}|$  (qui se lit comme la marge d'amortissement locale minimale suffisante pour la limite  $i$ ). En déduire quelle limite est la plus exigeante.
- (k) Pour chaque coefficient non-nul  $a_{ij}$  de la matrice d'interaction  $A$ , discuter s'il est possible de réduire  $|a_{ij}|$  ; est-ce souhaitable ?

### Correction.

- (a) Trois plus fortes arêtes  $|a_{ij}|$  :
  - LSC  $\rightarrow$  BGF = +1.30 : une réduction des changements d'usage des terres (déforestation, artificialisation) entraîne une forte amélioration des flux biogéochimiques (moins de pertes d'azote/phosphore vers les milieux).
  - OA  $\rightarrow$  BIO = +1.00 : l'acidification océanique dégrade directement l'intégrité biosphérique marine (aragonite, calcification, chaînes trophiques).
  - FW  $\rightarrow$  BIF = +1.00 (à égalité avec BGF  $\rightarrow$  BIF = +1.00) : l'usage d'eau douce/stress hydrique a un impact de premier ordre sur l'intégrité des écosystèmes d'eaux douces (débits, température, qualité).
- (b) Sommes (arrondies) avec  $S_{\text{out}}^+(i) = \sum_j \max(a_{ij}, 0)$ ,  $S_{\text{out}}^-(i) = \sum_j \max(-a_{ij}, 0)$ , et, par colonnes,  $S_{\text{in}}^+(i)$ ,  $S_{\text{in}}^-(i)$  :

$i$	CC	BIL	BIF	BIO	LSC	BGF	OA	FW	AER	O3
$S_{\text{out}}^+(i)$	1.420	0.300	0.235	0.230	<b>3.120</b>	1.207	1.100	1.018	0.000	0.410
$S_{\text{out}}^-(i)$	0.075	0.000	0.000	0.000	0.000	0.030	0.000	0.000	<b>0.560</b>	0.000
$S_{\text{in}}^+(i)$	1.583	0.954	<b>2.460</b>	1.350	0.173	1.490	0.670	0.250	0.100	0.010
$S_{\text{in}}^-(i)$	<b>0.560</b>	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.030	0.015	0.000	0.060

Lecture TES :

- **Émetteur de co-bénéfices** majeur : LSC ( $S_{\text{out}}^+$  maximal).

9. Cette hypothèse est en fait superflue, cf un cours sur la réduction de Jordan.

- **Récepteur de co-bénéfices** majeur : BIF ( $S_{\text{in}}^+$  maximal), puis BGF et BIO.
- **Récepteur de contre-effets** majeur : CC ( $S_{\text{in}}^-$  maximal, surtout via AER).
- **Émetteur de contre-effets** majeur : AER ( $S_{\text{out}}^-$  maximal).

(c) **Ligne CC de  $A^2$ .** On rappelle

$$(A^2)_{\text{CC},j} = \sum_k a_{\text{CC},k} a_{k,j}.$$

Dans l'ordre (CC, BIL, BIF, BIO, LSC, BGF, OA, FW, AER, O3),

$$(A^2)_{\text{CC},\bullet} \approx (0.22238, 0.12114, 0.18700, 0.35150, 0.00554, 0.19500, 0.05870, 0.03750, 0.01900, 0.00190).$$

Exemples de décompositions en chemins de longueur 2 :

$$(A^2)_{\text{CC,BIO}} = 0.33 \cdot 1.00 + 0.19 \cdot 0.05 + 0.15 \cdot 0.08 = 0.3515,$$

Ainsi, une baisse de CC induit en deux sauts un co-bénéfice indirect marqué sur BIO (dominant via OA), et des effets secondaires plus modestes.

(d) Les composantes fortement connexes (CFC) du graphe de  $A^+$  sont :

$$\{\text{CC, BIL, BIF, BIO, LSC, BGF, OA, FW, O3}\} \text{ et } \{\text{AER}\}.$$

Il n'y a pas de *nœud source* strict (tous reçoivent au moins une arête positive), et AER est un *puits* positif (aucune sortie positive). Au niveau des CFC, la grande CFC joue le rôle de “source” de co-bénéfices, et {AER} celui de “puits”.

(e) On interprète  $d_i \geq 0$  comme un *amortissement local* indépendant du reste du réseau. Exemples brefs par limite :

- $d_{\text{CC}}$  : défossilisation, puits durables, efficacité énergétique,
- $d_{\text{LSC}}$  : moratoire déforestation, ZH protégées, anti-artificialisation,
- $d_{\text{BGF}}$  : réduction N/P à la source, bandes tampons, agroécologie,
- $d_{\text{BIO}}$  : AMP effectives, réduction pressions locales (pêche/MPAs),
- $d_{\text{FW}}$  : sobriété eau, irrigation efficiente, restauration des sols,
- $d_{\text{AER}}$  : qualité de l'air, filtres et normes industrielles,
- $d_{\text{BIL/BIF}}$  : aires protégées, continuités écologiques, espèces-clés,
- $d_{\text{OA}}$  : (indirect via CC) + renforcement de la résilience des écosystèmes,
- $d_{\text{O3}}$  : maintien du protocole de Montréal, contrôle des VSLS.

(f) Soit  $\lambda \in \mathbb{C}$  une valeur propre de  $B$ , et  $x = (x_1, \dots, x_n)^\top \neq 0$  un vecteur propre associé :  $Bx = \lambda x$ . Choisissons un indice  $k$  tel que  $|x_k| = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$  (possible car  $x \neq 0$ ).

Écrivons l'égalité  $Bx = \lambda x$  sur la  $k$ -ième composante :

$$\sum_{j=1}^n b_{kj} x_j = \lambda x_k \iff (b_{kk} - \lambda) x_k = - \sum_{j \neq k} b_{kj} x_j.$$

Si  $x_k = 0$ , alors, par maximalité de  $|x_k|$ , on aurait  $x = 0$ , contradiction. Donc  $x_k \neq 0$  et l'on peut diviser par  $|x_k|$  :

$$|\lambda - b_{kk}| = \frac{|\sum_{j \neq k} b_{kj} x_j|}{|x_k|} \leq \sum_{j \neq k} |b_{kj}| \frac{|x_j|}{|x_k|} \leq \sum_{j \neq k} |b_{kj}| = R_k,$$

où l'on a utilisé l'inégalité triangulaire et  $|x_j| \leq |x_k|$  par choix de  $k$ . Ainsi  $\lambda$  vérifie  $|\lambda - b_{kk}| \leq R_k$ , donc  $\lambda \in \mathcal{D}_k \subset \bigcup_i \mathcal{D}_i$ .

(g) On pose

$$B = A^\top - D = (A - D)^\top.$$

Comme  $B$  et  $A - D$  sont transposées l'une de l'autre, elles ont le *même spectre* (même polynôme caractéristique). On applique Gershgorin à  $B$ .

Pour la  $i$ -ième ligne de  $B$ , on a  $b_{ii} = a_{ii} - d_i = -d_i$  (ici  $a_{ii} = 0$ ) et, pour  $i \neq j$ ,  $b_{ij} = a_{ji}$ , donc le rayon vaut

$$R_i = \sum_{j \neq i} |b_{ij}| = \sum_{j \neq i} |a_{ji}| \leq \sum_j |a_{ji}|.$$

Sous l'hypothèse  $(\star)$ , on a  $R_i < d_i$ , donc chaque disque de Gershgorin de  $B$  est inclus dans

$$\{z \in \mathbb{C} : \Re z \leq -d_i + R_i < 0\}.$$

Par Gershgorin, toute valeur propre  $\lambda$  de  $B$  vérifie  $\Re \lambda < 0$ . Comme  $\sigma(B) = \sigma(A - D)$ , on obtient aussi  $\Re \lambda < 0$  pour toute valeur propre de  $A - D$ .

(h) *Définition et convergence.* Pour une matrice carrée et  $t \in \mathbb{R}$ , on définit

$$\exp(Mt) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} M^n.$$

Cette série converge absolument (et donc converge) pour tout  $t$  : en effet, pour une norme sous-multiplicative  $\|\cdot\|$ ,

$$\sum_{n \geq 0} \left\| \frac{t^n}{n!} M^n \right\| \leq \sum_{n \geq 0} \frac{|t|^n}{n!} \|M\|^n = e^{|t| \|M\|} < \infty.$$

On pourra donc manipuler la série terme à terme (linéarité à gauche/droite par une matrice fixe).

*Lemme (puissance d'une matrice similaire).* Si  $M = P C P^{-1}$  avec  $P$  inversible, alors pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$M^n = (P C P^{-1})^n = P C^n P^{-1}.$$

*Preuve.* Par récurrence. Pour  $n = 1$ , c'est vrai. Supposons vrai pour  $n$ , alors

$$M^{n+1} = M^n M = (P C^n P^{-1})(P C P^{-1}) = P C^n \underbrace{(P^{-1} P)}_I C P^{-1} = P C^{n+1} P^{-1}.$$

□

*Invariance par similarité de l'exponentielle.* On applique la définition série et le lemme ci-dessus :

$$\exp(Mt) = \sum_{n \geq 0} \frac{t^n}{n!} M^n = \sum_{n \geq 0} \frac{t^n}{n!} P C^n P^{-1} = P \left( \sum_{n \geq 0} \frac{t^n}{n!} C^n \right) P^{-1} = P \exp(Ct) P^{-1}.$$

La troisième égalité utilise la linéarité de la multiplication à gauche par  $P$  et à droite par  $P^{-1}$ .

*Exponentielle d'une matrice diagonale.* Si  $C = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{10})$ , alors pour tout  $n$ ,

$$C^n = \text{diag}(\lambda_1^n, \dots, \lambda_{10}^n)$$

(parce que les diagonales se multiplient entrée par entrée). Donc

$$\exp(Ct) = \sum_{n \geq 0} \frac{t^n}{n!} C^n = \text{diag} \left( \sum_{n \geq 0} \frac{(\lambda_1 t)^n}{n!}, \dots, \sum_{n \geq 0} \frac{(\lambda_{10} t)^n}{n!} \right) = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_{10} t}),$$

où l'on a simplement reconnu la série scalaire de  $e^{\lambda t}$ .

Conclusion pour  $(A^\top - D)$ . Si  $(A^\top - D)$  est diagonalisable, il existe  $P$  inversible et  $C = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{10})$  tels que

$$A^\top - D = P C P^{-1}.$$

Par ce qui précède,

$$\exp((A^\top - D)t) = P \exp(Ct) P^{-1} \quad \text{avec} \quad \exp(Ct) = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_{10} t}).$$

*Remarques pédagogiques.* L'hypothèse « diagonalisable » sert uniquement à écrire  $(A^\top - D)$  comme matrice similaire à une diagonale. Sans cette hypothèse, on remplace  $C$  par une forme de Jordan et la preuve s'adapte en remplaçant  $e^{\lambda t}$  par des blocs  $(e^{\lambda t} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^k}{k!} N^k)$ , où  $N$  est nilpotente (hors programme ici).

- (i) Avec  $X'(t) = (A^\top - D)X(t)$ , on a  $X(t) = \exp((A^\top - D)t) X(0)$ . Sous l'hypothèse de diagonalisabilité  $A^\top - D = P C P^{-1}$ ,

$$X(t) = P \exp(Ct) P^{-1} X(0), \quad \exp(Ct) = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_{10} t}).$$

Si  $(\star)$  est satisfaite, alors toute valeur propre vérifie  $\Re \lambda_k < 0$  ; donc  $e^{\lambda_k t} \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ . Il s'ensuit  $\exp((A^\top - D)t) \rightarrow 0$  et, pour tout  $i$ ,  $x_i(t) \rightarrow 0$ . Autrement dit, l'équilibre  $X^{\text{safe}}$  est localement stable. (*Remarque*) L'hypothèse « diagonalisable » est superflue : avec la réduction de Jordan, chaque bloc produit des termes  $t^m e^{\lambda t} \rightarrow 0$  si  $\Re \lambda < 0$ .

- (j) On calcule, pour chaque limite  $i$ , la somme *par colonne*

$$s_i = \sum_{j=1}^{10} |a_{ij}|.$$

Dans l'ordre (CC, BIL, BIF, BIO, LSC, BGF, OA, FW, AER, O3),

$$(s_i) \approx (2.143, 0.954, 2.460, 1.350, 0.173, 1.490, 0.700, 0.265, 0.100, 0.070).$$

La limite la plus exigeante (au sens du critère  $(\star)$ ) est donc BIF (maximum 2.460), puis CC (2.143).

- (k) Discussion sur la réduction de  $|a_{ij}|$ .

- *Sens.*  $|a_{ij}|$  est une sensibilité marginale normalisée de  $j$  à  $i$ . Réduire  $|a_{ij}|$  revient à découpler/« tamponner » la réponse de  $j$  vis-à-vis de  $i$ .
- *Exemples où réduire  $|a_{ij}|$  est pertinent :*
  - LSC → BGF = +1.30 : pratiques agroécologiques, bandes tampons, gestion des intrants ⇒ moindre transfert N/P ⇒  $|a_{ij}|$  plus faible.
  - BGF → BIF = +1.00 : traitement des eaux (tertiaire), zones humides artificielles, réduction à la source ⇒ désensibilisation des écosystèmes d'eaux douces.
  - FW → BIF = +1.00 : débits réservés, restauration morphologique, gestion de la demande ⇒ moindre stress hydrique écologique.
- *Exemples où la réduction est limitée/ambivalente :*
  - OA → BIO = +1.00 : lien biogéochimique fort (chimie du carbone  $\text{CO}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2\text{CO}_3$ ). On agit plutôt sur  $x_{\text{OA}}$  (atténuation CC) et sur la résilience de BIO (aires marines protégées), plus que sur la sensibilité elle-même.
  - AER → CC = -0.56 : l'atténuation radiative des aérosols est un « effet négatif » (au sens du signe) mais non désirable comme levier (coûts sanitaires/écologiques). Politiquement, on vise à réduire  $|a_{ij}|$  (ne pas compter sur ce couplage), tout en réduisant directement  $x_{\text{CC}}$ .
  - *Règle pratique.* Prioriser la réduction de  $|a_{ij}|$  pour les grandes arêtes négatives nuisibles (contre-effets) et pour les grandes arêtes positives menant à des récepteurs déjà en dépassement, via tampons et découplages sectoriels. Pour les co-bénéfices souhaitables, agir d'abord sur  $x_i$ .

**Origine et calcul des coefficients de la matrice  $A$ .** Il y a 10 noeuds dans l'exercice car nous avons : (i) scindé « biosphere integrity » en trois composantes (terrestre (BIL), eaux douces (BIF), océan (BIO)) pour suivre des interactions différencierées, et (ii) écarté la limite « novel entities » difficile à paramétriser dans cette matrice. Plus précisément, nous adoptons la quantification proposée par *Lade et al. (2020, article)* et son [Supplément](#).

**Exercice 2** (Système Terre, rétroactions et basculements (Equation différentielle)). *On modélise la température globale moyenne  $T : ]0, +\infty[ \rightarrow ]0, +\infty[$  (en kelvins) par le modèle d'équilibre radiatif*

$$C_p T'(t) = \frac{S_0}{4} (1 - \alpha(T(t))) - \sigma T(t)^4 + F,$$

où  $C_p > 0$  est une capacité thermique surfacique effective,  $S_0 > 0$  l'irradiance solaire moyenne au sommet de l'atmosphère,  $\sigma > 0$  la constante de Stefan-Boltzmann,  $F \in \mathbb{R}$  un forçage radiatif externe constant (gaz à effet de serre, aérosols, etc.), et  $\alpha : ]0, +\infty[ \rightarrow ]0, 1[$  un albédo planétaire effectif. On écrit l'équation différentielle ordinaire sous la forme  $C_p \dot{T} = f(T)$  avec

$$f(T) := \frac{S_0}{4} (1 - \alpha(T)) - \sigma T^4 + F.$$

1. **Cas  $\alpha$  constante.** Supposons  $\alpha(T) \equiv \alpha_0 \in ]0, 1[$  et  $\frac{S_0}{4}(1 - \alpha_0) + F > 0$ .

- (a) Montrer l'existence et l'unicité d'une solution constante  $T^*$  à l'équation et donner sa valeur explicite (on dit que  $T^*$  est un équilibre).
- (b) Soit  $t_0 > 0$  et soit  $T \in C^1(I, ]0, +\infty[)$  une solution, définie sur un intervalle ouvert  $I$  contenant  $t_0$ . On suppose qu'il existe  $\varepsilon > 0$  tel que  $|T(t_0) - T^*| < \varepsilon$ . Posons  $\theta(t) := T(t) - T^*$ . Montrer qu'il existe  $\delta > 0$ , une constante  $\tau > 0$  et une fonction  $r : ]-\varepsilon, \varepsilon[ \rightarrow \mathbb{R}$  vérifiant  $r(0) = 0$  et  $r(u) = o(u)$  quand  $u \rightarrow 0$ , telles que pour tout  $t \in I$ ,  $]t_0 - \delta, t_0 + \delta[$ ,

$$\tau \dot{\theta}(t) + \theta(t) = r(\theta(t)).$$

- (c) En supposant  $r \equiv 0$ , résoudre  $\tau \dot{\theta} + \theta = 0$  et interpréter le signe de  $\tau$ .

2. **Rétroaction glace-albédo ( $\alpha$  sigmoïdale).** On impose la loi sigmoïde lisse pour  $T > 0$

$$\alpha(T) = \alpha_{\min} + \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{1 + \exp(\gamma(T - T_c))}, \quad 0 < \alpha_{\min} < \alpha_{\max} < 1, \quad \gamma > 0, \quad T_c > 0.$$

La sigmoïde encode une surface réfléchissante plus élevée à basse  $T$  (neige/glace) et plus faible à haute  $T$  (océans/continents sombres). On suppose  $F > -\frac{S_0}{4}(1 - \alpha_{\max})$ .

- (a) Tracer l'allure de  $T \mapsto \alpha(T)$ .
- (b) Montrer qu'il existe au moins un  $T^* > 0$  tel que  $f(T^*) = 0$ .
- (c) Montrer que  $\alpha \in C^\infty$  et que  $\alpha'(T) \leq 0$  pour tout  $T > 0$
- (d) Montrer que  $\max_{T > 0} |\alpha'(T)| = \frac{(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})\gamma}{4}$  (atteinte en  $T = T_c$ )
- (e) Montrer que si

$$\gamma > \gamma_c := \frac{64\sigma T_c^3}{S_0(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})},$$

alors  $f'(T_c) > 0$ .

- (f) Prendre  $S_0 = 1361$ ,  $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$  (unités SI),  $\alpha_{\min} = 0.30$ ,  $\alpha_{\max} = 0.62$ ,  $T_c = 250$  et  $\gamma = 0.25$ . Calculer  $\gamma_c$  (donner au  $10^{-3}$  près) et vérifier si  $\gamma > \gamma_c$ .

3. **Sensibilité au paramètre  $F$  (linéarisation sur les zéros).** Soient  $t_0 > 0$  un temps fixé et  $\mathcal{F} : ]0, +\infty[ \rightarrow ]0, +\infty[$  une fonction de classe  $C^1$  telle que  $\mathcal{F}(t_0) = F$ . Soit  $T^*$  une solution de  $f(T^*) = 0$  telle que  $f'(T^*) \neq 0$ . On suppose qu'il existe une fonction  $T$  solution de l'équation

$$0 = \frac{S_0}{4} (1 - \alpha(T(t))) - \sigma T(t)^4 + \mathcal{F}(t) = f(T(t)) + \mathcal{F}(t) - F,$$

pour  $t$  dans un voisinage de  $t_0$ . Pour  $t$  au voisinage de  $t_0$ , on note  $\Delta T(t) = T(t) - T^*$  et  $\Delta \mathcal{F}(t) = \mathcal{F}'(t_0)(t - t_0)$ .

(a) Montrer que, pour  $t$  au voisinage de  $t_0$ , on a

$$\Delta T(t) = \frac{\Delta \mathcal{F}(t)}{\frac{S_0}{4} \alpha'(T^*) + 4\sigma T^{*3}} + o(t - t_0).$$

(b) **Ordre de grandeur pour un forçage de GES.** On prend  $\Delta \mathcal{F} \simeq 3.7$  pour modéliser un doublement de  $\text{CO}_2$  et  $T^* \simeq 255$ . Estimer  $\Delta T$  en supposant  $\alpha'(T^*) \approx 0$ , puis commenter l'effet de  $\alpha'(T^*) < 0$ .

4. Commenter le modèle ; que simplifie-t-il ? Rappeler les ordres de grandeurs suivants :

- La concentration en  $\text{CO}_2$  en 1750 ;
- La concentration en  $\text{CO}_2$  en 2025 ;
- Le réchauffement observé en 2025 ;
- Les prévisions avant 2030.

**Correction de l'exercice 2.**

1. (a) Comme  $\frac{S_0}{4}(1 - \alpha_0) + F > 0$ , la fonction  $f$  est continue et strictement décroissante sur  $]0, +\infty[$ , avec  $f(0^+) = \frac{S_0}{4}(1 - \alpha_0) + F > 0$  et  $\lim_{T \rightarrow +\infty} f(T) = -\infty$ . Donc il existe un unique  $T^* > 0$  tel que  $f(T^*) = 0$ , donné par

$$T^* = \left( ((1 - \alpha_0)S_0/4 + F)/\sigma \right)^{1/4}.$$

1. (b)

Par le (a),  $f(T^*) = 0$  et  $f'(T) = -4\sigma T^3$ , donc  $f'(T^*) = -4\sigma T^{*3} < 0$ . Par le théorème de Taylor-Young en une variable,

$$f(T^* + \theta) = f(T^*) + f'(T^*)\theta + o(\theta) \quad \text{quand } \theta \rightarrow 0.$$

Comme  $f(T^*) = 0$ , on obtient, pour  $|\theta|$  petit,

$$C_p \dot{\theta} = f'(T^*)\theta + o(\theta).$$

Posons

$$\tau := -\frac{C_p}{f'(T^*)} = \frac{C_p}{4\sigma T^{*3}} > 0, \quad r(\theta) := -\frac{\tau}{C_p} o(\theta),$$

de sorte que  $r(0) = 0$  et  $r(\theta) = o(\theta)$  lorsque  $\theta \rightarrow 0$ . En multipliant l'égalité précédente par  $\tau/C_p$  il vient

$$\tau \dot{\theta} + \theta = r(\theta),$$

ce qu'il fallait établir.

1. (c) Si  $r \equiv 0$  alors  $\theta(t) = \theta(t_0) \exp(-\tau(t - t_0))$  ;  $\tau > 0$  fixe l'échelle de relaxation.

2. (a)

2. (b) Comme  $\alpha$  est continue et  $\alpha(0^+) \leq \alpha_{\max} < 1$ , on a

$$f(0^+) = \frac{S_0}{4}(1 - \alpha(0^+)) + F \geq \frac{S_0}{4}(1 - \alpha_{\max}) + F > 0.$$

De plus  $\lim_{T \rightarrow +\infty} f(T) = -\infty$  (le terme  $-\sigma T^4$  domine). Par continuité,  $f$  s'annule au moins une fois sur  $]0, +\infty[$ .

2. (c) La composée et la somme de fonctions  $C^\infty$  sont  $C^\infty$ . On calcule pour  $T > 0$

$$\alpha'(T) = -(\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \frac{\gamma e^{\gamma(T-T_c)}}{(1 + e^{\gamma(T-T_c)})^2} \leq 0.$$

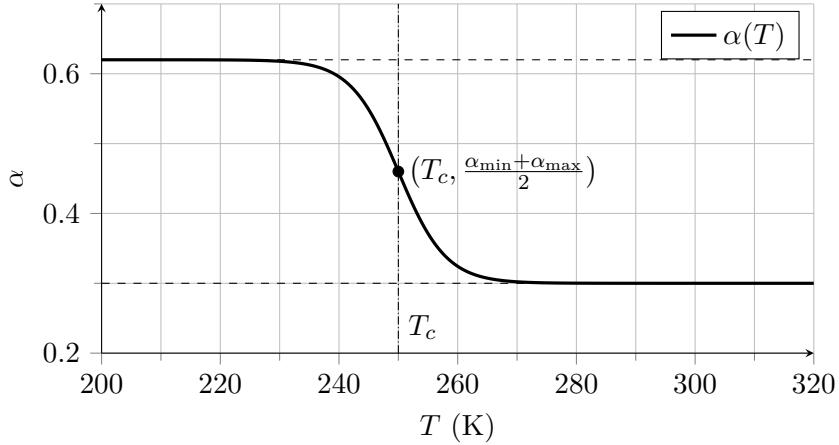


FIGURE 1 – Sigmoïde décroissante  $\alpha(T) = \alpha_{\min} + \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{1 + \exp(\gamma(T - T_c))}$ .

2. (d) Posons  $u = e^{\gamma(T - T_c)} > 0$ . Alors

$$|\alpha'(T)| = (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \gamma \frac{u}{(1+u)^2}.$$

Or  $\frac{u}{(1+u)^2} = \frac{1}{u+2+u^{-1}} \leq \frac{1}{4}$ , avec égalité ssi  $u = 1$ , i.e.  $T = T_c$ . Donc  $\max_{T>0} |\alpha'(T)| = \frac{(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})\gamma}{4}$ , atteint en  $T = T_c$ .

2. (e) La condition  $f'(T_c) > 0$  est assurée si

$$\frac{S_0}{4} \cdot \frac{(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})\gamma}{4} > 4\sigma T_c^3$$

c'est-à-dire

$$\gamma > \gamma_c := \frac{64\sigma T_c^3}{S_0(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})}.$$

2. (f) Numériquement,

$$\gamma_c = \frac{64 \cdot 5.670 \times 10^{-8} \cdot 250^3}{1361 \cdot 0.32} \approx 0.130.$$

Comme  $0.25 > 0.130$ , la condition suffisante est satisfaite.

- $\gamma$  mesure la raideur de la courbe d'albédo  $\alpha(T)$  près de  $T_c$  : plus  $\gamma$  est grand, plus une petite hausse de  $T$  fait fondre beaucoup de glace/neige.
- Moins de glace  $\Rightarrow$  albédo plus faible  $\Rightarrow$  davantage d'énergie solaire absorbée  $\Rightarrow$  réchauffement supplémentaire : c'est une **rétroaction positive**.
- $\gamma_c$  est le seuil où cette rétroaction dépasse l'**amortissement de Planck** (le terme  $-\sigma T(t)^4$  représentant le rayonnement infrarouge de la Terre vers l'espace).
- Si  $\gamma > \gamma_c$ , la rétroaction glace-albédo est assez forte pour rendre le système **multistable** : coexistence d'un état « froid et clair » et d'un état « chaud et sombre », séparés par un état instable. En faisant varier lentement le forçage  $F$ , on observe des **sauts** et de l'**hystérèse** (il faut revenir plus bas en  $F$  pour retrouver l'état initial).

3. (a) Pour  $t$  au voisinage de  $t_0$  (suffisamment petit pour ne pas diviser par 0), on dérive l'équation

$$0 = f(T(t)) + \mathcal{F}(t) - F,$$

afin d'obtenir

$$0 = T'(t) \cdot f'(T(t)) + \mathcal{F}'(t).$$

Or,  $T$  est dérivable en  $t_0$ , donc  $\Delta T(t) = T'(t_0)(t - t_0) + o(t - t_0)$ . Ainsi

$$\Delta T(t) = -\frac{\Delta \mathcal{F}(t)}{f'(T^*)} + o(t - t_0) = \frac{\Delta \mathcal{F}(t)}{\frac{S_0}{4} \alpha'(T^*) + 4\sigma T^{*3}} + o(t - t_0).$$

3. (b) Avec  $T^* \simeq 255$  et  $\Delta F \simeq 3.7$ , en négligeant  $\alpha'$  localement :

$$\Delta T^* \simeq \frac{3.7}{4\sigma 255^3} \approx 1.0 \text{ K}.$$

Si  $\alpha'(T^*) < 0$  modérément non nul, le dénominateur  $\frac{S_0}{4} \alpha'(T^*) + 4\sigma T^{*3}$  est plus petit, donc  $\Delta T$  augmente : l'albédo décroissant avec  $T$  (fonte de glaces) renforce le réchauffement via une rétroaction positive dans la dynamique transitoire.

**Commentaire (modèle, ordres de grandeur, limites).** Le modèle 0D utilisé ici agrège le bilan radiatif en une EDO simple. Il capte (i) la réponse de Planck  $-\sigma T^4$  (dont la linéarisation donne  $-4\sigma(T^*)^3 \Delta T$ ), (ii) une rétroaction d'albédo  $\alpha(T)$ , et (iii) un forçage externe  $F$ .

Ce que le modèle simplifie.

- **Inertie océanique** : en réalité  $C_p$  est grand et l'océan absorbe encore de la chaleur, donc l'état observé  $T(t)$  est transitoire.
- **Rétroactions rapides** (vapeur d'eau, nuages, glace-albédo, gradients verticaux) sont ici réduites à  $\alpha'(T)$ . Dans les modèles complets, elles sont agrégées par un paramètre net  $\lambda > 0$ .
- **Hétérogénéités spatiales**, circulation, aérosols, volcans, variabilité interne ne sont pas représentés.

Repères chiffrés.

- Concentration de référence pré-industrielle (1750) :  $\text{CO}_2 \approx 278 \text{ ppm}$  (IPCC AR6, ch. 7).
- Niveaux actuels : Mauna Loa  $\sim 425 \text{ ppm}$  (sem. du 2 nov. 2025). Voir [NOAA GML, weekly](#).
- Réchauffement observé 2025 : moyenne janv.-août 2025  $\approx 1.42 \pm 0.12^\circ\text{C}$  au-dessus de 1850-1900. Voir [WMO 2025](#).
- Prévisions pluriannuelles : probabilité élevée de rester entre  $1.2$  et  $1.9^\circ\text{C}$  sur 2025-2029. Voir [WMO 5-year outlook](#).

**Exercice 3** (Identité de Kaya (Modélisation)). On pose

$$C = P \times \frac{Y}{P} \times \frac{E}{Y} \times \frac{C}{E},$$

où  $C$  désigne les émissions de  $\text{CO}_2$ ,  $P$  la population,  $Y$  le PIB et  $E$  la consommation d'énergie finale. On note  $A := Y/P$  (PIB par personne),  $\varepsilon := E/Y$  (intensité énergétique) et  $\kappa := C/E$  (intensité carbone). On a donc  $C = P A \varepsilon \kappa$ . On modélise ceci par des fonctions  $P, A, \varepsilon, \kappa : ]0, +\infty[ \rightarrow ]0, +\infty[$ , de classe  $C^\infty$ , et pour tout  $t > 0$  (le temps, exprimé en année) :

$$C(t) = P(t) A(t) \varepsilon(t) \kappa(t).$$

On note  $g_X(t) := \frac{X'(t)}{X(t)}$  le taux de croissance instantané de  $X \in \{P, A, \varepsilon, \kappa\}$ .

1. Montrer que

$$\frac{C'(t)}{C(t)} = g_P(t) + g_A(t) + g_\varepsilon(t) + g_\kappa(t).$$

2. On fixe  $t_0 > 0$  et on suppose qu'il existe  $\delta > 0$  et des constantes  $\gamma_P, \gamma_A, \gamma_\varepsilon, \gamma_\kappa$  telles que, pour tout  $t \in (t_0 - \delta, t_0 + \delta)$ ,

$$g_P(t) = \gamma_P, \quad g_A(t) = \gamma_A, \quad g_\varepsilon(t) = \gamma_\varepsilon, \quad g_\kappa(t) = \gamma_\kappa.$$

En déduire, pour  $h = t - t_0$  petit,

$$C(t) = C(t_0) \exp((\gamma_P + \gamma_A + \gamma_\varepsilon + \gamma_\kappa) h).$$

Donner alors le développement limité à l'ordre 2 de la variation relative

$$r(h) := \frac{C(t_0 + h) - C(t_0)}{C(t_0)} \quad \text{en } h = 0.$$

3. **Application numérique (1 an).** On se donne des ordres de grandeur plausibles (annualisés) autour de  $t_0 = 2025$  :

$$\gamma_P = 0, \quad \gamma_A = +0,01, \quad \gamma_\varepsilon = -0,01, \quad \gamma_\kappa = -0,011.$$

Estimer  $r(1)$  à l'ordre 2.

4. **Cible à 5 ans.** L'objectif français 2030 porte sur une baisse d'environ -50% par rapport à 1990 (émissions territoriales, hors puits), c'est-à-dire  $C(2030) = 273 \text{ MtCO}_2\text{e}$ . On estime que  $C(2025) = 365 \text{ MtCO}_2\text{e}$ . Avec  $\gamma_P = +0,001$ ,  $\gamma_A = +0,01$ ,  $\gamma_\varepsilon = -0,02$  constants sur la période, déterminer une valeur approchée du taux constant requis  $\gamma_\kappa$ .

5. Discuter de la faisabilité d'une telle réduction dans la pratique. Critiquer la modélisation.

**Correction de l'exercice 3.**

- 1) **Taux instantané de  $C$ .** Comme  $C(t) = P(t)A(t)\varepsilon(t)\kappa(t)$  avec  $P, A, \varepsilon, \kappa > 0$  et de classe  $C^\infty$ , on a

$$\frac{d}{dt} \ln C(t) = \frac{P'(t)}{P(t)} + \frac{A'(t)}{A(t)} + \frac{\varepsilon'(t)}{\varepsilon(t)} + \frac{\kappa'(t)}{\kappa(t)} = g_P(t) + g_A(t) + g_\varepsilon(t) + g_\kappa(t).$$

Comme  $\frac{d}{dt} \ln C(t) = \frac{C'(t)}{C(t)}$ , l'égalité demandée en découle.

- 2) **Taux constants locaux et développement limité de  $r(h)$ .** Au voisinage de  $t_0$ , on suppose  $g_X(t) = \gamma_X$  constants. On intègre

$$\frac{C'(t)}{C(t)} = \Gamma \quad \text{où} \quad \Gamma := \gamma_P + \gamma_A + \gamma_\varepsilon + \gamma_\kappa$$

et on obtient

$$C(t_0 + h) = C(t_0) e^{\Gamma h}.$$

La variation relative  $r(h) := \frac{C(t_0 + h) - C(t_0)}{C(t_0)}$  vaut donc

$$r(h) = e^{\Gamma h} - 1 = \Gamma h + \frac{\Gamma^2}{2} h^2 + O(h^3) \quad \text{quand } h \rightarrow 0,$$

par le DL usuel  $e^u = 1 + u + \frac{u^2}{2} + O(u^3)$ .

- 3) **Application (1 an).** Données :  $\gamma_P = 0$ ,  $\gamma_A = 0,01$ ,  $\gamma_\varepsilon = -0,01$ ,  $\gamma_\kappa = -0,011$ . Alors  $\Gamma = -0,011$  et, pour  $h = 1$  an,

$$r(1) \approx \Gamma + \frac{\Gamma^2}{2} = -0,011 + \frac{(-0,011)^2}{2} \approx -0,011 + 0,0000605 \approx -0,01094,$$

soit une baisse d'environ -1,094% à l'ordre 2. La valeur exacte est  $e^{-0,011} - 1 \approx -0,01094$ .

4) **Cible à 5 ans et taux requis pour  $\kappa$ .** On pose  $t_0 = 2025$  et on vise  $C(2030) = 273 \text{ MtCO}_2e$  à partir de  $C(2025) = 365 \text{ MtCO}_2e$ . Sous l'hypothèse de taux constants, on doit avoir

$$\frac{C(2030)}{C(2025)} = e^{\Gamma \cdot 5} = \frac{273}{365}.$$

Ainsi

$$\Gamma = \frac{1}{5} \ln\left(\frac{273}{365}\right) \approx \frac{1}{5} (-0,29042) \approx -0,05808.$$

Avec  $\gamma_P = +0,001$ ,  $\gamma_A = +0,01$ ,  $\gamma_\varepsilon = -0,02$ , on en déduit

$$\gamma_\kappa = \Gamma - (\gamma_P + \gamma_A + \gamma_\varepsilon) \approx -0,05808 - (0,001 + 0,01 - 0,02) \approx -0,0491,$$

soit une baisse moyenne d'environ 4,9% par an de l'intensité carbone de l'énergie sur 2025-2030 pour atteindre 273 MtCO<sub>2</sub>e dans ce cadre simplifié.

5) **Discussion sur la faisabilité et limites du modèle.** Le résultat est un ordre de grandeur agrégé. Il suppose des taux constants et une indépendance des facteurs, ce qui ignore : (i) les dynamiques sectorielles (transport, bâtiment, industrie, électricité) ; (ii) les délais d'investissement et d'infrastructures ; (iii) les effets rebond et interactions prix/demande ; (iv) les aléas météorologiques et conjoncturels. Côté faisabilité, des baisses moyennes de  $\approx 5\%/\text{an}$  sur le contenu carbone de l'énergie sont jugées ambitieuses mais techniquement compatibles avec une accélération simultanée de l'efficacité énergétique et de la décarbonation du système électrique, sous fortes politiques publiques (standards, prix du carbone, investissements réseaux, rénovation, électrification des usages). Les évaluations nationales et européennes cadrent une cible 2030 autour de  $\sim 270 \text{ MtCO}_2e$  pour la France, soit  $-50\% \text{ vs } 1990$ , ce qui impose un rythme de baisse annuel moyen nettement supérieur aux tendances récentes si celles-ci faiblissent.

### Références.

- Cible France 2030. *Ministère de la Transition écologique : présentation des objectifs et trajectoire, avec mention d'une cible  $\approx 270 \text{ MtCO}_2e$  à l'horizon 2030 dans le projet de SNBC 3.* ([source](#)).
- Inventaires et tendances nationales. *CITEPA, Rapport SECTEN 2025 : séries d'émissions 1990-2023/24 et analyse sectorielle* ([PDF](#)) ; ([analyse](#)).
- Efficacité énergétique mondiale. *IEA, Global annual improvement in primary energy intensity : progression typique  $\sim 1\%/\text{an}$  2000-2024 et scénarios requis plus élevés.* ([graphique](#)).
- Pour aller plus loin : identité de Kaya. ([Wikipédia](#)).

**Exercice 4** (Soutenabilité d'une ressource (Analyse/EDO)). On modélise un stock de ressource  $R$  par l'équation différentielle autonome

$$\dot{R}(t) = f(R(t)) := rR(t)\left(1 - \frac{R(t)}{K}\right) - h,$$

où  $r > 0$  est un taux intrinsèque,  $K > 0$  une capacité de charge et  $h \geq 0$  un prélèvement constant (quota). Un équilibre est une valeur  $R^* \in [0, \infty[$  telle que  $f(R^*) = 0$ .

On dit que  $R^*$  est (localement) stable si, pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $\delta > 0$  tel que  $|R(0) - R^*| < \delta \Rightarrow |R(t) - R^*| < \varepsilon$  pour tout  $t \geq 0$ . Il est (localement) asymptotiquement stable si de plus  $R(t) \rightarrow R^*$  quand  $t \rightarrow +\infty$ . En pratique, on dira (abusivement) qu'un équilibre  $R^*$  est stable si  $f'(R^*) < 0$  ; qu'il est instable si  $f'(R^*) > 0$  ; qu'il est semi-stable si  $f'(R^*) = 0$ .

On considère la solution maximale  $R : [0, T_{\text{ext}}[ \rightarrow \mathbb{R}$  avec  $R(0) = R_0 > 0$ . On appelle temps d'extinction  $T_{\text{ext}} := \inf\{t \geq 0 : R(t) = 0\}$  (éventuellement  $+\infty$ ). On interprète  $T_{\text{ext}} < \infty$  comme l'extinction de la ressource.

- a) Déterminer les équilibres en fonction de  $h \in [0, \infty[$ .
- b) Pour chaque équilibre, étudier la stabilité.

- c) Discuter le risque d'overshoot de gestion : expliquer qualitativement pourquoi un quota fixé trop près de la valeur critique  $h_{\max} = rK/4$  peut conduire à l'extinction de la ressource (i.e.  $R$  atteint 0 en temps fini), en présence d'incertitudes sur  $r$  et  $K$ , et proposer une marge de précaution quantitative.

**Solution.**

- a) Les équilibres vérifient  $f(R) = 0$ , c'est-à-dire

$$rR\left(1 - \frac{R}{K}\right) - h = 0 \iff -\frac{r}{K}R^2 + rR - h = 0.$$

Il s'agit d'un polynôme quadratique en  $R$  de discriminant

$$\Delta = r^2 - 4\frac{r}{K}h = r^2\left(1 - \frac{4h}{rK}\right).$$

On pose  $h_{\max} := \frac{rK}{4}$ . Alors :

- si  $0 < h < h_{\max}$ , on a  $\Delta > 0$  et deux racines réelles distinctes

$$R_{\pm} = \frac{K}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4h}{rK}}\right), \quad 0 < R_- < \frac{K}{2} < R_+ < K;$$

- si  $h = 0$ , on retrouve  $R_- = 0$  et  $R_+ = K$  ;
- si  $h = h_{\max}$ , on a une racine double  $R^* = \frac{K}{2}$  ;
- si  $h > h_{\max}$ , il n'y a pas d'équilibre réel positif.

- b) Pour  $0 < h < h_{\max}$ , on dérive  $f$  et l'on obtient

$$f'(R) = r\left(1 - \frac{2R}{K}\right).$$

Ainsi  $f'(R_-) = r(1 - 2R_-/K) > 0$  et  $f'(R_+) = r(1 - 2R_+/K) < 0$ . L'équilibre  $R_-$  est donc instable, tandis que  $R_+$  est localement asymptotiquement stable. Pour  $h = h_{\max}$ , on a  $R^* = K/2$  et  $f'(R^*) = 0$  ; le point est semi-stable (convergence lente d'un côté, divergence de l'autre).

Pour  $h > h_{\max}$ , comme  $\max_{R \geq 0} rR(1 - R/K) = rK/4 < h$ , on a  $f(R) < 0$  pour tout  $R \geq 0$  : la solution décroît et atteint 0 en temps fini (donc  $T_{\text{ext}} < +\infty$ ).

Pour  $h = 0$ , on a  $f'(0) = r > 0$  donc 0 est instable, et  $f'(K) = -r < 0$  donc  $K$  est (localement asymptotiquement) stable.

- c) Le seuil  $h_{\max} = rK/4$  est la prise soutenable maximale (MSY). Quand  $h$  s'approche de  $h_{\max}$  par valeurs inférieures, la quantité

$$f'(R_+) = -r\sqrt{1 - \frac{4h}{rK}}$$

tend vers  $0^-$  : la convergence vers  $R_+$  devient très lente et le bassin d'attraction utile se réduit. En présence d'incertitudes sur  $r$  et  $K$ , une estimation trop optimiste peut conduire à choisir un quota  $h$  qui dépasse en réalité  $h_{\max}$ , supprimant l'équilibre positif et menant à l'extinction après une phase transitoire élevée du stock.

Une marge de précaution naturelle consiste à imposer

$$h \leq (1 - \varepsilon)h_{\max} = (1 - \varepsilon)\frac{rK}{4}$$

pour un  $\varepsilon \in ]0, 1[$  fixé en fonction des incertitudes et de l'aversion au risque de gestion. Plus  $\varepsilon$  est grand, plus on s'éloigne de la zone où  $f'(R_+)$  est proche de 0 et plus la résilience locale est forte.

Contexte.

Le paramètre  $h$  modélise un quota d'extraction. La valeur  $h_{\max} = rK/4$  correspond à la prise soutenable maximale du modèle logistique exploité. Gérer près de ce seuil augmente le risque d'effondrement en cas d'erreur d'estimation ou de choc ; une politique responsable adopte des marges de sécurité explicites et ajuste  $h$  selon l'état observé de la ressource.

## Séance 4 : Esprit critique

Durée : 90 min

Compétences : *Esprit critique, maîtriser les ordres de grandeur*

---

**Exercice 1** (Face à des arguments climato-sceptiques (Esprit critique)). *Dans tout l'exercice, on admettra les ordres de grandeur suivants (issus de la littérature scientifique récente sur le climat) :*

- le flux solaire moyen reçu par la Terre est d'environ  $340 \text{ W/m}^2$  ;
- le forçage radiatif anthropique actuel (déséquilibre énergétique dû aux activités humaines, par rapport à 1750) est d'environ  $+3 \text{ W/m}^2$  ;
- une variation de forçage radiatif de  $3,7 \text{ W/m}^2$  correspond à un réchauffement d'environ  $3^\circ \text{C}$  à l'équilibre (sensibilité climatique «  $3^\circ \text{C}$  pour un doublement de  $\text{CO}_2$  ») ;
- le réchauffement global observé depuis 1850-1900 est d'environ  $1,1^\circ \text{C}$ , quasi entièrement attribué aux activités humaines ;
- le niveau moyen des mers a monté d'environ 20 cm entre 1901 et 2018, avec des vitesses moyennes d'environ  $1,3 \text{ mm/an}$  (1901-1971),  $1,9 \text{ mm/an}$  (1971-2006) et  $3,7 \text{ mm/an}$  (depuis 2006) ;
- l'Union Européenne représente aujourd'hui environ 10% des émissions mondiales de  $\text{CO}_2$  ;
- le forçage radiatif du  $\text{CO}_2$  peut être approché par la formule

$$\Delta F \approx 5,35 \ln\left(\frac{C}{C_0}\right) \quad (\text{en } \text{W/m}^2),$$

où  $C$  est la concentration actuelle en  $\text{CO}_2$  (en ppm) et  $C_0$  une concentration de référence (par exemple  $C_0 = 280 \text{ ppm}$  avant 1750).

Pour chaque affirmation (A) à (H) ci-dessous :

- discuter si le raisonnement est scientifiquement solide ou non ;
- si non, identifier au moins une erreur logique, statistique ou de physique ;
- lorsque c'est possible, appuyer votre réponse par un calcul simple ou un ordre de grandeur.

**(A) « Les activités humaines, c'est seulement 1% »**

Affirmation A. « Le flux solaire moyen incident au sommet de l'atmosphère est de l'ordre de  $340 \text{ W/m}^2$  (et le système était proche de l'équilibre avant l'ère industrielle). Les activités humaines ne perturbent ce flux que d'environ  $3 \text{ W/m}^2$ , soit moins de 1%. Un effet aussi petit ne peut pas expliquer un réchauffement global important. »

**(B) « Le niveau de la mer montait déjà avant »**

Affirmation B. « Le niveau de la mer monte depuis environ 12 000 ans, et parfois beaucoup plus vite que maintenant. La montée actuelle n'a donc rien d'exceptionnel ni d'inquiétant, c'est juste une nouvelle phase naturelle. »

**(C) « Avec 50% d'incertitude, on ne sait rien »**

Affirmation C. « Le forçage radiatif total dû aux activités humaines a une incertitude relative de l'ordre de 50%. Avec une telle marge d'erreur, on n'a aucune idée de ce que l'homme fait vraiment au climat. »

**(D) « Avant de comprendre le 1% humain, il faut comprendre les 99% naturels »**

Affirmation D. « Les activités humaines ne représentent qu'environ 1% de l'énergie qui circule dans le système climatique. Pour savoir si ce 1% compte vraiment, il faudrait comprendre les 99% restants avec une précision extraordinaire. Comme on ne comprend pas tout le système climatique, toute attribution à l'homme est prématurée. »

**(E) « Le  $\text{CO}_2$  est déjà saturé »**

Affirmation E. « *Le CO<sub>2</sub> absorbe déjà presque tout l'infrarouge là où il est actif. Ajouter du CO<sub>2</sub> en plus ne change donc plus rien (effet de serre saturé). Dire que doubler le CO<sub>2</sub> réchauffe encore le climat est incompatible avec la physique.* »

**(F) « *Les modèles ne valent pas mieux qu'une courbe ajustée* »**

Affirmation F. « *On peut ajuster une courbe (par exemple une sinusoïde plus une tendance) sur les températures passées et obtenir une bonne concordance, sans aucune physique. Les modèles climatiques "complexes" ne font donc pas mieux : ce n'est que du curve fitting.* »

**(G) « *Le consensus de 97% est un trucage* »**

Affirmation G. « *Les études qui concluent à "97% de consensus" ne montrent qu'une évidence triviale : que le climat change et que le CO<sub>2</sub> est un gaz à effet de serre. Elles ne prouvent pas qu'il y a consensus sur le fait que la majorité du réchauffement observé soit d'origine humaine.* »

**(H) « *L'Europe ne représente que 10% des émissions* »**

Affirmation H. « *L'Union Européenne ne représente qu'environ 10% des émissions mondiales. Même si on passait à zéro émission demain, ça ne changerait quasiment rien au climat mondial. Il est donc vain de faire une transition coûteuse.* »

**Solution. (A) « *Les activités humaines, c'est seulement 1%* »**

- *Le flux solaire moyen reçu est  $\simeq 340 \text{ W/m}^2$ , mais le flux infrarouge sortant est aussi  $\simeq 340 \text{ W/m}^2$  à l'équilibre : le bilan net était  $\approx 0$  avant l'ère industrielle. Un forçage anthropique  $\Delta F \simeq +3 \text{ W/m}^2$  n'est donc pas « 1% du climat », c'est un déséquilibre net de plusieurs  $\text{W/m}^2$  appliqué en continu, qui s'accumule tant que la Terre ne s'est pas réchauffée assez pour réémettre davantage.*
- *Avec la règle donnée  $3,7 \text{ W/m}^2 \mapsto 3^\circ\text{C}$ , on obtient*

$$\Delta T_{\text{eq}} \approx 3^\circ\text{C} \times \frac{3}{3,7} \approx 2,43^\circ\text{C}.$$

*En pratique, le réchauffement observé est plus faible car l'océan tarde l'atteinte de l'équilibre. Il n'y a donc aucune contradiction entre « quelques  $\text{W/m}^2$  » et « plusieurs degrés ».*

*Erreur principale : Comparer  $\Delta F$  à  $340 \text{ W/m}^2$  mélange un flux brut avec un déséquilibre : un  $\sim 1\%$  d'écart sur un grand flux peut représenter un changement dominant du bilan net (qui, lui, était proche de zéro).*

**(B) « *Le niveau de la mer montait déjà avant* »**

*Plusieurs problèmes :*

- Pertinence. *Que le niveau de la mer ait monté plus vite lors de la déglaciation il y a  $\sim 10\,000$ - $15\,000$  ans, à une époque où il y avait beaucoup plus de glace à fondre et pas de mégapoles côtières, ne réduit en rien les risques actuels pour des milliards d'humains vivant sur les littoraux.*
- Contexte historique. *Les reconstructions indiquent que la montée actuelle du niveau des mers (environ 20 cm depuis 1901) et l'accélération du taux (passant de  $\sim 1,3$  à  $\sim 3,7 \text{ mm/an}$ ) sont sans précédent pour les derniers millénaires.*
- Attribution. *Les analyses de bilan montrent que l'essentiel de la montée récente provient du réchauffement dû aux activités humaines (dilatation thermique et fonte des glaces), pas d'un cycle naturel mystérieux.*

*Erreur principale : utiliser un épisode naturel très ancien pour minimiser un phénomène contemporain dont l'origine et les conséquences sont différentes.*

**(C) « *Avec 50% d'incertitude, on ne sait rien* »**

*Supposons, à titre d'ordre de grandeur, que le forçage anthropique soit estimé à*

$$\Delta F_{\text{anth}} \approx 3 \pm 1,5 \text{ W/m}^2.$$

*On sait alors avec une grande confiance que :*

- le signe est positif (réchauffant) ;
- la magnitude est de l'ordre du  $W/m^2$ , donc non négligeable à l'échelle du bilan énergétique de la Terre ;
- les contributions naturelles (variations solaires, volcans, etc.) sont beaucoup plus petites sur le long terme.

Une incertitude de 50% sur une quantité qui est clairement positive et de grande taille n'implique pas « on ne sait rien », mais « on connaît un intervalle de valeurs possibles ». L'erreur est de confondre « incertitude relative » avec « ignorance totale ».

**(D) « Avant de comprendre le 1% humain, il faut comprendre les 99% naturels »**

Cet argument mélange niveau absolu et variation :

- Le climat est régi par un bilan entre flux entrants et sortants. Ce bilan était proche de zéro avant l'ère industrielle.
- Les activités humaines ajoutent  $\sim 3 W/m^2$  au bilan. Pour expliquer la variation récente du climat, il faut comprendre les changements (anthropiques et naturels), pas la valeur absolue de tous les flux.
- Même si un flux naturel de  $300 W/m^2$  n'était connu qu'à 1% près, cela fait une incertitude de  $3 W/m^2$  sur ce flux. Mais si ce flux ne change pas dans le temps, il ne peut pas expliquer une variation climatique rapide.

Erreur principale : prétendre qu'il faut connaître exactement les 99% stables pour dire quelque chose sur le 1% qui change, alors que l'attribution porte justement sur les variations.

**(E) « Le  $CO_2$  est déjà saturé »**

On donne la formule simplifiée

$$\Delta F \approx 5,35 \ln\left(\frac{C}{C_0}\right).$$

- Si on passe de  $C_0 = 280 \text{ ppm}$  à  $C = 560 \text{ ppm}$  (doublement), on obtient

$$\Delta F \approx 5,35 \ln 2 \approx 5,35 \times 0,693 \approx 3,7 W/m^2,$$

ce qui n'est pas nul : l'effet de serre continue à augmenter.

- La dépendance est logarithmique : chaque doublement de  $CO_2$  ajoute à nouveau  $\sim 3,7 W/m^2$ . L'effet marginal diminue, mais il n'y a pas de plateau « saturé » où  $\Delta F$  deviendrait constant.
- Physiquement, l'ajout de  $CO_2$  décale la hauteur d'émission de l'infrarouge vers des couches plus froides de l'atmosphère, ce qui réduit encore le flux sortant vers l'espace.

L'argument de saturation totale est donc incompatible avec la relation empirique (et théorique) entre  $CO_2$  et forçage radiatif.

**(F) « Les modèles ne valent pas mieux qu'une courbe ajustée »**

- Ajuster une courbe sur le passé (curve fitting) ne garantit rien sur la capacité prédictive. On peut toujours trouver une fonction qui colle bien aux données passées et qui se trompe ensuite complètement (exemple classique de sur-ajustement).
- Les modèles climatiques physiques ne se contentent pas de suivre la température globale : ils reproduisent aussi des structures spatiales (répartition géographique du réchauffement, profils verticaux, refroidissement stratosphérique, etc.) et des réponses à des forçages connus (volcans, variations solaires).
- Des évaluations rétrospectives montrent que des modèles publiés il y a plusieurs décennies ont correctement anticipé le rythme du réchauffement observé pour des scénarios d'émissions donnés, contrairement à des modèles purement empiriques sans base physique.

Erreur principale : assimiler des modèles fondés sur la physique, testés sur de multiples observables, à un simple ajustement de courbe sur une seule série temporelle.

**(G) « Le consensus de 97% est un trucage »**

Indépendamment du chiffre exact, les synthèses IPCC concluent que l'influence humaine est la cause principale du réchauffement récent.

De plus, les études bibliométriques qui trouvent un consensus de l'ordre de 97% ne portent pas sur la banalité « le climat change », mais sur la question : les humains sont-ils la cause principale du réchauffement récent ?

- Le protocole typique consiste à classer des articles scientifiques selon qu'ils : (i) rejettent l'origine humaine dominante, (ii) ne se prononcent pas, ou (iii) reconnaissent que la majeure partie du réchauffement est due aux activités humaines.
- Le pourcentage de  $\sim 97\%$  correspond aux articles qui se prononcent explicitement sur la cause du réchauffement, parmi lesquels la très grande majorité conclut à une origine principalement anthropique.
- Il y a donc déformation de l'objet de ces études lorsqu'on prétend qu'elles ne montreraient qu'un consensus trivial.

Erreur principale : caricaturer la question étudiée par ces travaux pour décrédibiliser le résultat.

**(H) « L'Europe ne représente que 10% des émissions »**

- D'un point de vue arithmétique, 10% des émissions mondiales n'est pas négligeable. À l'équilibre, réduire les émissions mondiales de 10% réduit aussi le niveau de  $CO_2$  stabilisé, donc le réchauffement associé.
- Si chaque région adoptait le raisonnement « nous ne sommes que  $X\%$  », personne n'agirait. C'est un problème de type bien public global / dilemme du prisonnier, pas un argument scientifique.
- Historiquement, l'Europe (et plus largement les pays riches) a contribué très fortement au stock de  $CO_2$  accumulé. L'argument « nous sommes peu d'aujourd'hui » ignore cette responsabilité historique et les effets d'entraînement technologique et politique que peuvent avoir les premières réductions.

Erreur principale : confondre « contribution partielle » avec « contribution négligeable » et ignorer la dimension collective du problème.

**Exercice 2** (Fonctions convexes et unicité d'un minimum (Analyse/Optimisation)). Soit  $d \in \mathbb{N}^*$  et soit  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  une application. On dit que  $f$  est convexe si, pour tous  $x, y \in \mathbb{R}^d$  et pour tout  $\lambda \in [0, 1]$ ,

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y).$$

L'épigraphique de  $f$  est l'ensemble  $\text{epi}(f) = \{(x, t) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R} \mid t \geq f(x)\}$ . Soit  $C \subset \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ . On dit que  $C$  est convexe si, pour tous  $u, v \in C$ , et tout  $\lambda \in [0, 1]$ , on a  $\lambda u + (1 - \lambda)v \in C$ . On admet que  $f$  est convexe si, et seulement si,  $\text{epi}(f)$  est convexe.

Soit  $x \in \mathbb{R}^d$ . On dit que  $x$  est minimiseur local de  $f$  s'il existe  $\varepsilon > 0$  tel que, pour tout  $y \in \mathbb{R}^d$ , si  $\|x - y\| < \varepsilon$  alors  $f(x) \leq f(y)$ . On dit que  $x$  est minimiseur global de  $f$  si, pour tout  $y \in \mathbb{R}^d$ , on a  $f(x) \leq f(y)$ . On admet que si  $f$  est convexe et si  $x$  est minimiseur local, alors  $x$  est minimiseur global.

Soient  $g, h : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  deux fonctions convexes et soit  $f = \max(g, h)$  définie par  $f(x) = \max(g(x), h(x))$  pour tout  $x \in \mathbb{R}^d$ .

- a) Montrer que  $\text{epi}(f) = \text{epi}(g) \cap \text{epi}(h)$ .
- b) En déduire que  $f$  est convexe.
- c) Donner une définition précise de la stricte convexité.
- d) Montrer que si  $f$  est strictement convexe, alors  $f$  admet au plus un minimiseur global.

- e) On suppose  $d = 1$ . Donner un exemple explicite où l'ensemble des minimiseurs globaux de  $f = \max(g, h)$  est l'intervalle  $[0, 1]$ . Faire un dessin.
- f) Donner des exemples d'indicateurs que l'on chercherait à minimiser dans un but de transition écologique et sociale. Discuter la possibilité de les modéliser par des fonctions convexes.

**Solution.**

- a) Montrons les deux inclusions. Soit  $(x, t) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ .

$$\begin{aligned} (x, t) \in \text{epi}(f) &\iff t \geq f(x) = \max(g(x), h(x)) \\ &\iff (t \geq g(x) \text{ et } t \geq h(x)) \\ &\iff (x, t) \in \text{epi}(g) \cap \text{epi}(h). \end{aligned}$$

Donc  $\text{epi}(f) = \text{epi}(g) \cap \text{epi}(h)$ .

- b) L'intersection de deux ensembles convexes est convexe. Comme  $\text{epi}(g)$  et  $\text{epi}(h)$  sont convexes, l'égalité du point (a) implique que  $\text{epi}(f)$  est convexe. Ainsi,  $f$  est convexe.  
On pourrait aussi montrer directement le résultat : pour  $x, y \in \mathbb{R}^d$  et  $\lambda \in [0, 1]$ ,

$$\begin{aligned} f(\lambda x + (1 - \lambda)y) &= \max(g(\lambda x + (1 - \lambda)y), h(\lambda x + (1 - \lambda)y)) \leq \\ &\max(\lambda g(x) + (1 - \lambda)g(y), \lambda h(x) + (1 - \lambda)h(y)) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y). \end{aligned}$$

Donc  $f$  est convexe.

- c) Soit  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ . On dit que  $f$  est strictement convexe si, pour tous  $x, y \in \mathbb{R}^d$  avec  $x \neq y$  et pour tout  $\lambda \in ]0, 1[$ ,

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) < \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y).$$

- d) Soit  $f$  strictement convexe et supposons par l'absurde qu'il existe deux minimiseurs globaux  $x^*, y^* \in \mathbb{R}^d$  avec  $x^* \neq y^*$ . On a alors  $f(x^*) = f(y^*) = \inf f$ . Soit  $\lambda \in ]0, 1[$ . Par stricte convexité,

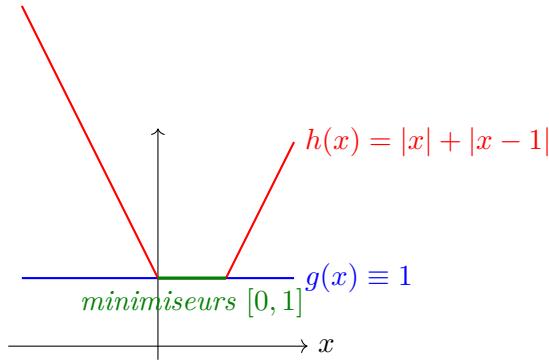
$$f(\lambda x^* + (1 - \lambda)y^*) < \lambda f(x^*) + (1 - \lambda)f(y^*) = \inf f,$$

ce qui est impossible. Il existe donc au plus un minimiseur global.

- e) On travaille sur  $\mathbb{R}$ . On pose

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) \equiv 1, \quad h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = |x| + |x - 1|.$$

Les fonctions  $g$  et  $h$  sont convexes. Pour  $x \in [0, 1]$ , on a  $h(x) = x + (1 - x) = 1$  donc  $f(x) = \max(1, 1) = 1$ . Pour  $x < 0$ , on a  $h(x) = -x + (1 - x) = 1 - 2x > 1$  donc  $f(x) = h(x) > 1$ . Pour  $x > 1$ , on a  $h(x) = x + (x - 1) = 2x - 1 > 1$  donc  $f(x) = h(x) > 1$ . L'ensemble des minimiseurs globaux de  $f$  est donc  $[0, 1]$ .



- f) Beaucoup d'objectifs sont des max (ou sommes) de termes convexes (robustesse, contraintes de type "pire cas"), donc convexes ; en revanche ils sont souvent non strictement convexes, ce qui peut conduire à des ensembles de minimiseurs non réduits à un point.

Exemples possibles.

- Minimiser une émission totale modélisée par une forme affine des décisions  $x \in \mathbb{R}^n$  :  $E(x) = a^\top x$ , où  $a \in \mathbb{R}_+^n$ . La fonction  $E$  est convexe, et le problème peut être posé avec des contraintes linéaires.
- Minimiser une déviation quadratique par rapport à un budget carbone cible  $B \in \mathbb{R}$  :  $F(x) = (a^\top x - B)^2$ . La fonction  $F$  est convexe sur  $\mathbb{R}^n$ .
- Minimiser une consommation énergétique agrégée  $C(x) = \sum_{i=1}^n c_i(x_i)$  où chaque  $c_i$  est convexe (par exemple, affine ou quadratique). La somme de convexes est convexe.

Certains indicateurs importants sont non convexes (seuils, effets de saturation, indices d'inégalité). Ils peuvent parfois être approchés par des fonctions convexes pour obtenir des garanties d'existence et d'unicité du minimum et pour faciliter l'analyse et la résolution.

**Exercice 3** (Inégalités et courbe de Lorenz (Analyse/Probas)). Soit  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow [0, \infty[$  une densité de probabilité telle que  $\int_0^\infty f(t) dt = 1$  et telle que la moyenne

$$\mu := \int_0^\infty t f(t) dt$$

est finie et strictement positive. On pose, pour  $x \geq 0$ , la fonction de répartition

$$F(x) := \int_0^x f(t) dt.$$

Lorsque  $F(x) > 0$ , on définit la moyenne conditionnelle

$$\overline{G}(x) := \frac{1}{F(x)} \int_0^x t f(t) dt,$$

qui représente la moyenne des revenus des individus dont le revenu est inférieur ou égal à  $x$ . On définit la courbe de Lorenz  $\theta : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  par

$$\theta(p) := \frac{1}{\mu} \int_0^{F^{-1}(p)} t f(t) dt,$$

où  $F^{-1}(p) := \inf\{x \geq 0 : F(x) \geq p\}$  ( $p \in [0, 1]$ ) désigne la pseudo-inverse croissante de  $F$  sur  $[0, 1]$ . On suppose en outre, pour les calculs différentiels, que  $f$  est continue et strictement positive sur  $]0, \infty[$ , de sorte que  $F$  est  $\mathcal{C}^1$ , strictement croissante sur  $[0, \infty[$  et bijective de  $[0, \infty[$  sur  $[0, 1[$ , avec inverse  $F^{-1} : ]0, 1[ \rightarrow ]0, \infty[$  de classe  $\mathcal{C}^1$ .

a) Montrer que  $\theta(0) = 0$  et  $\theta(1) = 1$ . Montrer que  $\theta$  est de classe  $\mathcal{C}^2$  sur  $]0, 1[$  et que, pour tout  $p \in ]0, 1[$ ,

$$\theta'(p) = \frac{F^{-1}(p)}{\mu} \quad \text{et} \quad \theta''(p) = \frac{1}{\mu f(F^{-1}(p))} > 0.$$

b) En déduire que pour tout  $p \in ]0, 1[$ , on a  $\theta(p) < p$  (Cela formalise l'énoncé : la proportion  $p$  la plus pauvre de la population reçoit une proportion strictement inférieure à  $p$  du revenu total, dès qu'il existe une dispersion des revenus).

c) On suppose  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  pour  $x > 0$  et un paramètre  $\lambda > 0$ . Déterminer une expression explicite de  $\theta(p)$  pour  $p \in [0, 1]$  puis calculer l'indice de Gini

$$G := 1 - 2 \int_0^1 \theta(p) dp.$$

Discuter brièvement la pertinence d'un tel indice comme mesure d'inégalité.

Le coefficient de Gini  $G \in [0, 1]$  mesure l'inégalité des revenus :  $G = 0$  signifie égalité parfaite,  $G = 1$  inégalité maximale. Géométriquement,  $G$  vaut deux fois l'aire entre la courbe de Lorenz et la diagonale d'égalité ([Wikipedia](#)). En France, l'indice de Gini des niveaux de vie après impôts et transferts est  $G = 0,297$  en 2023 ([Insee](#)). À l'échelle de l'UE, la moyenne est  $G \simeq 0,296$  en 2023 ([Eurostat](#)). Pour situer globalement, l'Afrique du Sud reste parmi les pays les plus inégalitaires avec  $G \simeq 0,67$  en 2018 ([Banque mondiale](#)).

**Solution.**

a) Soit  $p \in [0, 1]$  et soit  $x = F^{-1}(p)$ . On écrit

$$\theta(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^x t f(t) \, dt.$$

Comme  $F^{-1}(0) = 0$  et  $F^{-1}(1) = +\infty$  (limite impropre), on obtient

$$\theta(0) = \frac{1}{\mu} \int_0^0 t f(t) \, dt = 0, \quad \theta(1) = \frac{1}{\mu} \int_0^\infty t f(t) \, dt = \frac{\mu}{\mu} = 1.$$

On vérifie que pour tout  $p \in ]0, 1[$ ,

$$\theta'(p) = \frac{F^{-1}(p)}{\mu} \quad \text{et} \quad \theta''(p) = \frac{1}{\mu f(F^{-1}(p))} > 0.$$

La fonction  $\theta$  est donc de classe  $C^2$  sur  $]0, 1[$  et strictement convexe.

b) Pour  $p \in ]0, 1[$ , par convexité,

$$\theta(p) = \theta(p \cdot 1 + (1 - p) \cdot 0) \leq p \theta(1) + (1 - p) \theta(0) = p.$$

Comme  $\theta$  est strictement convexe sur  $]0, 1[$  (car  $\theta'' > 0$ ), l'inégalité est stricte :  $\theta(p) < p$  pour tout  $p \in ]0, 1[$ .

c) Pour  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  ( $x > 0$ ), on a  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$  et  $\mu = \frac{1}{\lambda}$ . Pour  $p \in [0, 1[$ ,  $x = F^{-1}(p) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - p)$  et

$$\theta(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^x t f(t) \, dt = \lambda \int_0^x \lambda t e^{-\lambda t} \, dt = 1 - e^{-\lambda x}(1 + \lambda x).$$

En utilisant  $e^{-\lambda x} = 1 - p$  et  $\lambda x = -\ln(1 - p)$ , on obtient

$$\boxed{\theta(p) = p + (1 - p) \ln(1 - p)} \quad (p \in [0, 1]),$$

(par prolongement continu en  $p = 1$ ).

On calcule

$$\int_0^1 \theta(p) \, dp = \int_0^1 p \, dp + \int_0^1 (1 - p) \ln(1 - p) \, dp = \frac{1}{2} + \int_0^1 u \ln u \, du = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4},$$

d'où

$$\boxed{G = 1 - 2 \int_0^1 \theta(p) \, dp = \frac{1}{2}}.$$

La valeur de  $G$  est indépendante du paramètre  $\lambda$ . Toutes les lois exponentielles ont donc, au sens de l'indice de Gini, le même degré d'inégalité relative. Cette propriété illustre à la fois l'intérêt d'un indicateur synthétique et ses limites : deux distributions à échelles différentes, mais de même forme relative, partagent le même indice.

## Séance 5 : Prospective

Durée : 90 min

Compétences : Prospective, prédire l'avenir

**Exercice 1** (Budget carbone et trajectoires d'émissions (Modélisation)). *Les rapports du GIEC indiquent qu'à bonne approximation, le réchauffement climatique moyen global  $\Delta T(t)$  (en degrés Celsius, par rapport à la période préindustrielle 1850-1900) est à peu près linéairement proportionnel aux émissions cumulées de  $CO_2$   $C(t)$  (en  $GtCO_2$ ) :*

$$\Delta T(t) \approx \beta C(t),$$

où  $\beta > 0$  est une constante appelée réponse transitoire au cumul des émissions de  $CO_2$  (TCRE). <sup>10</sup>

Pour simplifier les calculs, on suppose qu'en 2024 :

$$C_0 \approx 2600 \text{ GtCO}_2, \quad \Delta T_0 \approx 1,4 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

On prend  $t = 0$  en 2024 et on note  $C(t)$  les émissions cumulées depuis 1850,  $E(t)$  les émissions annuelles (en  $GtCO_2/\text{an}$ ).

a) **Calibrer la relation  $\Delta T \approx \beta C$ .**

- (i) En utilisant le point  $(C_0, \Delta T_0)$ , déterminer une valeur de  $\beta$  telle que  $\Delta T_0 = \beta C_0$  soit vérifiée exactement.
- (ii) Exprimer cette valeur en  $^{\circ}\text{C}$  par  $GtCO_2$ , puis en  $^{\circ}\text{C}$  pour 1000  $GtCO_2$ .

b) **Budget carbone pour 1,5  $^{\circ}\text{C}$  et 2  $^{\circ}\text{C}$ .**

On définit le budget carbone total compatible avec une cible  $\Delta T_* > 0$  comme la quantité totale d'émissions  $C_{\text{tot}}(\Delta T_*)$  telle que

$$\Delta T_* = \beta C_{\text{tot}}(\Delta T_*).$$

- (i) Exprimer  $C_{\text{tot}}(\Delta T_*)$  en fonction de  $\Delta T_*$  et  $\beta$ .
- (ii) En déduire le budget restant en 2024 :

$$B(\Delta T_*) := C_{\text{tot}}(\Delta T_*) - C_0,$$

puis calculer numériquement  $B(1,5)$  et  $B(2)$  (en  $GtCO_2$ ).

c) **Scénario A : émissions constantes.**

On suppose que, à partir de 2024, les émissions annuelles restent constantes :

$$E(t) \equiv E_0, \quad E_0 > 0.$$

On prend pour simplifier  $E_0 = 42 \text{ GtCO}_2/\text{an}$  (ordre de grandeur des émissions anthropiques totales de  $CO_2$  en 2024).

(i) Exprimer  $C(t)$  pour  $t \geq 0$  en fonction de  $C_0$ ,  $E_0$  et  $t$ .

(ii) En supposant que le modèle linéaire reste valable, au bout de combien d'années  $\tau_A$  le budget restant pour  $\Delta T_* = 1,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$  est-il complètement épuisé ? Donner une valeur numérique de  $\tau_A$  (arrondie à l'année).

(iii) Même question pour la cible  $\Delta T_* = 2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , et commenter les échéances obtenues.

d) **Scénario B : descente linéaire vers zéro (neutralité carbone).**

On suppose maintenant que les émissions décroissent linéairement de  $E_0$  en 2024 à 0 en une durée  $T > 0$ . Pour  $0 \leq t \leq T$ , on pose donc

$$E(t) = E_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right), \quad E(t) = 0 \text{ pour } t \geq T.$$

10. On considère ici un modèle très simplifié, uniquement pour le  $CO_2$ . Dans les évaluations du GIEC AR6, le TCRE « plausible » se situe typiquement entre 0,2 et 0,7  $^{\circ}\text{C}$  pour 1000  $GtCO_2$ .

(i) Montrer que les émissions cumulées après 2024 dans ce scénario valent

$$C_{\text{après}}(T) = \frac{E_0 T}{2}.$$

(ii) On souhaite que le budget pour  $1,5^{\circ}\text{C}$  ne soit pas dépassé. Montrer que  $T$  doit vérifier

$$T \leq T_{\max} := \frac{2 B(1,5)}{E_0}.$$

(iii) Calculer numériquement  $T_{\max}$  (en années). À quelle année cela correspond-il (en partant de 2024) ?

e) **Scénario C : overshoot avec neutralité carbone et émissions négatives.**

Dans ce scénario, on suit d'abord une trajectoire de réduction linéaire des émissions (comme au scénario B), mais sur une durée  $T_1 > 0$  fixée, ce qui conduit à dépasser le budget compatible avec  $1,5^{\circ}\text{C}$ . On met ensuite en place des émissions nettes négatives (captage et stockage net de  $\text{CO}_2$ ) pendant un certain temps afin de revenir exactement sur ce budget.

On modélise ainsi :

$$E(t) = \begin{cases} E_0 \left(1 - \frac{t}{T_1}\right) & \text{pour } 0 \leq t \leq T_1, \\ -E_{\text{neg}} & \text{pour } T_1 \leq t \leq T_1 + T_2, \\ 0 & \text{pour } t \geq T_1 + T_2, \end{cases}$$

où  $E_0 > 0$  est le niveau d'émissions en 2024,  $E_{\text{neg}} > 0$  la capacité de « retrait net » (émissions négatives) et  $T_2 > 0$  la durée de cette phase de captage.

(i) Calculer les émissions cumulées après 2024 dans ce scénario, c'est-à-dire

$$C_{\text{après}}(T_1, T_2) = \int_0^{T_1} E(t) \, dt + \int_{T_1}^{T_1 + T_2} E(t) \, dt,$$

et montrer que

$$C_{\text{après}}(T_1, T_2) = \frac{E_0 T_1}{2} - E_{\text{neg}} T_2.$$

(ii) On souhaite qu'à la fin de la phase de captage (instant  $t = T_1 + T_2$ ), le cumul total  $C(T_1 + T_2)$  revienne exactement sur le budget  $1,5^{\circ}\text{C}$ , c'est-à-dire

$$C_0 + C_{\text{après}}(T_1, T_2) = C_{\text{tot}}(1,5).$$

En déduire l'expression de  $T_2$  en fonction de  $T_1$ ,  $E_0$ ,  $E_{\text{neg}}$  et  $B(1,5)$ .

(iii) Applications numériques. On prend  $E_0 = 42 \text{ GtCO}_2/\text{an}$ ,  $E_{\text{neg}} = 10 \text{ GtCO}_2/\text{an}$ ,  $B(1,5) \approx 1,86 \times 10^2 \text{ GtCO}_2$  (valeur trouvée en (b)) et  $T_1 = 30 \text{ ans}$  (on réduit linéairement de 2024 à 2054 jusqu'à atteindre la neutralité carbone).

Calculer numériquement  $T_2$ . Interpréter le résultat : pendant combien de temps faudrait-il maintenir des émissions nettes négatives de  $10 \text{ GtCO}_2/\text{an}$  pour revenir sur le budget  $1,5^{\circ}\text{C}$ ? Discuter brièvement la plausibilité physique et socio-économique de ce scénario d'« overshoot ».

f) **Scénario D : trajectoire lissée et oscillante (modèle « masse sur ressort »).**

Dans ce scénario, on modélise les émissions nettes de  $\text{CO}_2$  (émissions moins absorptions) par une fonction lissée qui décroît en moyenne, mais avec un comportement oscillant (récessions, reprises, politiques climatiques plus ou moins ambitieuses, etc.). On autorise aussi des émissions nettes négatives (captage et stockage net de  $\text{CO}_2$ ).

On pose, pour  $t \geq 0$ ,

$$E(t) = E_0 e^{-\alpha t} (1 + a \cos(\omega t)),$$

où  $E_0 > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\omega > 0$  et  $a > 1$  sont des constantes. On retrouve alors :

- $E(0) = E_0(1+a) > 0$  (émissions initiales élevées) ;
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} E(t) = 0$  (émissions qui tendent vers zéro) ;
- pour certains temps  $t$ , on a  $1+a \cos(\omega t) < 0$  (émissions nettes négatives).

On note toujours

$$C(t) = C_0 + \int_0^t E(s) \, ds$$

les émissions cumulées depuis 1850, avec  $C_0 \simeq 2600 \text{ GtCO}_2$  en 2024 comme dans le reste de l'exercice.

- (i) Montrer que  $E$  est continue sur  $[0, +\infty[$ , que  $E(0) = E_0(1+a)$  et que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} E(t) = 0$ . Justifier qu'il existe des intervalles de temps où  $E(t) < 0$ . (On pourra utiliser le fait que  $a > 1$  et que  $\cos$  prend toutes les valeurs dans  $[-1, 1]$ .) Tracer l'allure qualitative de la courbe de  $t \mapsto E(t)$ .
- (ii) Calculer une expression explicite de  $C(t)$ .
- (iii) On s'intéresse aux émissions cumulées totales dans ce scénario :

$$C_\infty := \lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = C_0 + \int_0^{+\infty} E(s) \, ds.$$

Exprimer  $C_\infty$  en fonction de  $C_0, E_0, \alpha, \omega, a$ .

- (iv) **Application numérique.**

On prend par exemple

$$E_0 = 30, \quad \alpha = 0,03, \quad \omega = \frac{2\pi}{60}, \quad a = 2,$$

de sorte que la période des oscillations est de l'ordre de 60 ans et que le temps caractéristique  $1/\alpha$  est de l'ordre de 30 ans.

- a) Calculer numériquement

$$\int_0^{+\infty} E(s) \, ds \quad \text{et} \quad C_\infty - C_0.$$

- b) Comparer le résultat obtenu aux budgets  $B(1,5)$  et  $B(2)$  calculés dans les questions précédentes. Ce scénario D permet-il de rester sous  $1,5^\circ\text{C}$  ? sous  $2^\circ\text{C}$  ?
- c) Discuter, en quelques phrases, le caractère « réaliste » ou non d'un tel modèle par rapport aux trajectoires publiées par le GIEC.

- g) **Comparaison avec des estimations scientifiques.**

On admet que les évaluations les plus récentes pour le budget restant compatible avec  $1,5^\circ\text{C}$  (avec probabilité d'environ 50–67 %) sont de l'ordre de quelques centaines de  $\text{GtCO}_2$  (par exemple  $\sim 400$ – $500 \text{ GtCO}_2$  à partir de 2020, en fonction des hypothèses).

- (i) Comparer qualitativement les valeurs de  $B(1,5)$  et  $B(2)$  obtenues au (b) avec ces ordres de grandeur : notre modèle simple surestime-t-il ou sous-estime-t-il le budget restant pour  $1,5^\circ\text{C}$  ?
- (ii) Discuter brièvement les raisons possibles de cet écart.
- (iii) En déduire ce que ce genre de modèle linéaire peut apporter et ce qu'il ne peut pas faire.

**Solution.**

- a) **Calibrer  $\beta$ .**

- (i) On impose  $\Delta T_0 = \beta C_0$ , ce qui donne

$$1,4 = \beta \times 2600 \quad \text{donc} \quad \beta = \frac{1,4}{2600} = \frac{7}{13000} \approx 5,38 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/GtCO}_2.$$

(ii) Pour 1000 GtCO<sub>2</sub>, on obtient

$$\beta_{1000} = \beta \times 1000 = \frac{7}{13} \approx 0,54 \text{ } ^\circ\text{C par 1000 GtCO}_2,$$

valeur qui reste dans l'intervalle « plausible » des évaluations AR6 ( $\sim 0,2\text{--}0,7 \text{ } ^\circ\text{C/1000 GtCO}_2$ ).

b) **Budget carbone.**

(i) On a

$$C_{\text{tot}}(\Delta T_*) = \frac{\Delta T_*}{\beta} = \frac{\Delta T_*}{\Delta T_0} C_0 = \frac{\Delta T_*}{1,4} \times 2600.$$

(ii) En particulier,

$$B(1,5) = \left(\frac{1,5}{1,4} - 1\right) 2600 = \frac{2600}{14} \approx 185,7 \text{ GtCO}_2, \quad B(2) = \left(\frac{2}{1,4} - 1\right) 2600 = \frac{7800}{7} \approx 1114,3 \text{ GtCO}_2.$$

c) **Scénario A : émissions constantes.**

(i) Par définition,

$$C(t) = C_0 + \int_0^t E(s) \, ds = C_0 + E_0 t$$

puisque  $E(s) \equiv E_0$ .

(ii) Pour  $\Delta T_* = 1,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,

$$C_0 + E_0 \tau_A = C_{\text{tot}}(1,5) \quad \text{donc} \quad E_0 \tau_A = B(1,5).$$

Numériquement, avec  $E_0 \simeq 42$  et  $B(1,5) \simeq 1,86 \times 10^2$ ,

$$\tau_A \approx \frac{1,86 \times 10^2}{42} \approx 4,4 \text{ ans},$$

soit un épuisement du budget  $1,5 \text{ } ^\circ\text{C}$  vers 2028-2029 si les émissions restaient constantes.

(iii) Pour  $\Delta T_* = 2 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,

$$\tau_A^{(2)} = \frac{B(2)}{E_0} \approx \frac{1,11 \times 10^3}{42} \approx 2,7 \times 10^1 \text{ ans},$$

soit un épuisement du budget  $2 \text{ } ^\circ\text{C}$  vers le milieu du siècle (environ 2050-2051).

d) **Scénario B : descente linéaire vers zéro.**

(i) Par définition,

$$C_{\text{après}}(T) = \int_0^T E(t) \, dt = \int_0^T E_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \, dt = E_0 \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) \, dt.$$

On calcule

$$\int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) \, dt = \left[t - \frac{t^2}{2T}\right]_0^T = T - \frac{T^2}{2T} = \frac{T}{2},$$

d'où

$$C_{\text{après}}(T) = E_0 \cdot \frac{T}{2} = \frac{E_0 T}{2}.$$

Géométriquement, c'est l'aire du triangle de base  $T$  et de hauteur  $E_0$ .

(ii) On impose de ne pas dépasser le budget pour  $1,5 \text{ } ^\circ\text{C}$  :

$$C_0 + C_{\text{après}}(T) \leq C_{\text{tot}}(1,5) \iff C_{\text{après}}(T) \leq B(1,5).$$

Comme  $C_{\text{après}}(T) = \frac{E_0 T}{2}$ , il vient

$$\frac{E_0 T}{2} \leq B(1,5) \quad \text{donc} \quad T \leq \frac{2 B(1,5)}{E_0} := T_{\text{max}}.$$

(iii) Numériquement,

$$T_{\max} = \frac{2B(1,5)}{E_0} \approx \frac{2 \times 1,86 \times 10^2}{42} \approx 8,8 \text{ ans.}$$

Il faudrait donc, dans ce scénario triangulaire simplifié, passer d'environ 42 GtCO<sub>2</sub>/an à zéro en moins d'une dizaine d'années (atteindre le « net zéro » vers 2033) pour rester dans le budget 1,5 °C de ce modèle.

e) **Scénario C : overshoot avec neutralité carbone et émissions négatives.**

(i) Par définition,

$$C_{\text{après}}(T_1, T_2) = \int_0^{T_1} E(t) \, dt + \int_{T_1}^{T_1+T_2} E(t) \, dt.$$

Pour  $0 \leq t \leq T_1$ , on a  $E(t) = E_0(1 - \frac{t}{T_1})$ , donc

$$\int_0^{T_1} E(t) \, dt = \int_0^{T_1} E_0 \left(1 - \frac{t}{T_1}\right) \, dt = E_0 \int_0^{T_1} \left(1 - \frac{t}{T_1}\right) \, dt.$$

On calcule

$$\int_0^{T_1} \left(1 - \frac{t}{T_1}\right) \, dt = \left[t - \frac{t^2}{2T_1}\right]_0^{T_1} = T_1 - \frac{T_1^2}{2T_1} = \frac{T_1^2}{2},$$

d'où

$$\int_0^{T_1} E(t) \, dt = E_0 \frac{T_1}{2}.$$

Pour  $T_1 \leq t \leq T_1 + T_2$ , on a  $E(t) = -E_{\text{neg}}$  constante, donc

$$\int_{T_1}^{T_1+T_2} E(t) \, dt = \int_{T_1}^{T_1+T_2} (-E_{\text{neg}}) \, dt = -E_{\text{neg}} T_2.$$

Finalement,

$$C_{\text{après}}(T_1, T_2) = E_0 \frac{T_1}{2} - E_{\text{neg}} T_2,$$

comme annoncé.

(ii) La condition de « retour sur le budget 1,5 °C » s'écrit

$$C_0 + C_{\text{après}}(T_1, T_2) = C_{\text{tot}}(1,5) \iff E_0 \frac{T_1}{2} - E_{\text{neg}} T_2 = B(1,5),$$

où  $B(1,5) = C_{\text{tot}}(1,5) - C_0$  est le budget restant trouvé en (b). Ainsi,

$$E_{\text{neg}} T_2 = E_0 \frac{T_1}{2} - B(1,5),$$

puis

$$T_2 = \frac{E_0 T_1 / 2 - B(1,5)}{E_{\text{neg}}}.$$

Pour que la phase de captage dure réellement un temps  $T_2 > 0$ , il faut

$$\frac{E_0 T_1}{2} > B(1,5),$$

c'est-à-dire que la phase positive dépasse bien le budget (overshoot).

(iii) Avec  $E_0 = 42$ ,  $E_{\text{neg}} = 10$ ,  $B(1,5) \approx 1,86 \times 10^2$  et  $T_1 = 30$  ans, on obtient

$$E_0 \frac{T_1}{2} = 42 \times \frac{30}{2} = 42 \times 15 = 630 \text{ GtCO}_2.$$

L'overshoot du budget (après la phase de réduction linéaire jusqu'au net zéro) est donc

$$E_0 \frac{T_1}{2} - B(1,5) \approx 630 - 186 \approx 444 \text{ GtCO}_2.$$

Dès lors

$$T_2 \approx \frac{444}{10} \approx 44,4 \text{ ans.}$$

Autrement dit, dans ce scénario, on réduirait linéairement les émissions de  $\text{CO}_2$  de 42 GtCO<sub>2</sub>/an à zéro en 30 ans (neutralité vers 2054), mais au prix d'un overshoot important du budget 1,5 °C. Il faudrait ensuite maintenir pendant plus de 40 ans des émissions nettes négatives de l'ordre de 10 GtCO<sub>2</sub>/an pour revenir sur ce budget.

De nombreux travaux soulignent qu'un tel niveau de captage net est extrêmement ambitieux : les capacités plausibles de BECCS, DACCS et autres formes de CDR sont généralement estimées à quelques GtCO<sub>2</sub>/an au maximum d'ici la fin du siècle, avec de fortes incertitudes et des risques importants (usage des terres, biodiversité, consommation d'énergie, etc.). Les scénarios d'« overshoot » du GIEC insistent justement sur le fait que plus on retarde la réduction rapide des émissions, plus la dépendance à des émissions négatives massives devient irréaliste. Ici, un simple calcul d'aire sous la courbe montre déjà cette tension : un overshoot modéré du budget exige des volumes cumulés de capture qui deviennent très difficiles à imaginer dans un cadre physiquement et socialement réaliste.

f) **Scénario D : trajectoire lissée et oscillante.**

(i) *La fonction*

$$E(t) = E_0 e^{-\alpha t} (1 + a \cos(\omega t))$$

est produit de fonctions continues, donc  $E$  est continue sur  $[0, +\infty[$ . On a

$$E(0) = E_0 e^0 (1 + a \cos 0) = E_0(1 + a),$$

qui est strictement positif puisque  $E_0 > 0$  et  $a > 0$ .

Comme  $e^{-\alpha t} \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ , on a

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} E(t) = 0.$$

Enfin, comme  $a > 1$  et  $\cos(\omega t)$  prend toutes les valeurs dans  $[-1, 1]$ , il existe des valeurs de  $t$  telles que  $\cos(\omega t) \leq -1/a$ . Pour ces  $t$ ,

$$1 + a \cos(\omega t) \leq 1 - a \cdot \frac{1}{a} = 0,$$

et même strictement négatif lorsque  $\cos(\omega t) < -1/a$ . Donc  $E(t) < 0$  sur certains intervalles : ce sont les phases d'« émissions nettes négatives ». L'allure de  $E$  est celle d'un cosinus amorti, partant d'une valeur positive élevée, oscillant autour de zéro avec une amplitude décroissante.

(ii) *Par définition de  $C(t)$ ,*

$$C(t) = C_0 + \int_0^t E(s) \, ds = C_0 + E_0 \int_0^t e^{-\alpha s} (1 + a \cos(\omega s)) \, ds.$$

Par linéarité de l'intégrale,

$$C(t) = C_0 + E_0 \int_0^t e^{-\alpha s} \, ds + a E_0 \int_0^t e^{-\alpha s} \cos(\omega s) \, ds.$$

On calcule :

$$\int_0^t e^{-\alpha s} \, ds = \left[ -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha s} \right]_0^t = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha}.$$

Pour l'intégrale avec cosinus, on peut faire une intégration par parties ou admettre la formule classique

$$\int e^{-\alpha s} \cos(\omega s) \, ds = \frac{e^{-\alpha s}}{\alpha^2 + \omega^2} (-\alpha \cos(\omega s) + \omega \sin(\omega s)) + \text{constante.}$$

En particulier,

$$\int_0^t e^{-\alpha s} \cos(\omega s) \, ds = \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} (-\alpha \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) - \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} (-\alpha),$$

c'est-à-dire

$$\int_0^t e^{-\alpha s} \cos(\omega s) \, ds = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} (-\alpha \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)).$$

En combinant, on obtient

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0 + E_0 \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} + aE_0 \left[ \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} (-\alpha \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \right] \\ &= C_0 + E_0 \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha} + aE_0 \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + aE_0 \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^2 + \omega^2} (-\alpha \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)). \end{aligned}$$

(iii) Pour  $t \rightarrow +\infty$ , les termes en  $e^{-\alpha t}$  s'annulent, et il reste

$$\int_0^{+\infty} E(s) \, ds = \lim_{t \rightarrow +\infty} (C(t) - C_0) = E_0 \frac{1}{\alpha} + aE_0 \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}.$$

On peut donc écrire

$$C_\infty = C_0 + E_0 \left( \frac{1}{\alpha} + a \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \right).$$

(iv) a) Avec la formule

$$\int_0^{+\infty} E(s) \, ds = E_0 \left( \frac{1}{\alpha} + a \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \right),$$

et  $E_0 = 30$ ,  $\alpha = 0,03$ ,  $\omega = \frac{2\pi}{60}$ ,  $a = 2$ , on trouve

$$\alpha^2 + \omega^2 \simeq 0,0009 + 0,01097 = 0,01187, \quad \frac{1}{\alpha} = 33,33, \quad a \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \simeq 2 \cdot \frac{0,03}{0,01187} \simeq 5,06,$$

donc

$$\int_0^{+\infty} E(s) \, ds \simeq 30 (33,33 + 5,06) \simeq 1,15 \times 10^3 \text{ GtCO}_2.$$

Ainsi  $C_\infty - C_0 \simeq 1150 \text{ GtCO}_2$ .

b) On compare ensuite  $C_\infty - C_0$  aux budgets  $B(1,5) \approx 1,9 \times 10^2 \text{ GtCO}_2$  et  $B(2) \approx 1,1 \times 10^3 \text{ GtCO}_2$  calculés précédemment.

- Si  $\int_0^{+\infty} E(s) \, ds$  est proche de  $B(1,5)$ , le scénario D est compatible (dans ce modèle) avec un réchauffement d'environ  $1,5^\circ\text{C}$  ;
- s'il est nettement plus grand que  $B(1,5)$  mais inférieur ou comparable à  $B(2)$ , le scénario D reste plutôt compatible avec  $2^\circ\text{C}$ , mais plus avec  $1,5^\circ\text{C}$ .

c) Sur le plan qualitatif, ce modèle D reste très simplifié :

- les oscillations sont parfaitement régulières (cosinus) alors que les fluctuations réelles des émissions sont liées à des crises économiques, des choix politiques, des innovations technologiques, etc. ;

- on autorise des phases répétées d'émissions nettes négatives, alors que les capacités réelles de captage et stockage de  $CO_2$  sont limitées et très incertaines ;
- la décroissance exponentielle implique une réduction de plus en plus rapide en valeur relative, ce qui ne recolle pas exactement aux scénarios (SSP) utilisés dans les rapports du GIEC.

g) **Comparaison avec des estimations scientifiques.**

(i) Au (b), on a obtenu, avec les valeurs choisies,

$$B(1,5) \approx 1,9 \times 10^2 \text{ GtCO}_2, \quad B(2) \approx 1,1 \times 10^3 \text{ GtCO}_2.$$

Les évaluations récentes indiquent, pour un objectif  $1,5^\circ\text{C}$  avec probabilité  $\sim 50\text{--}67\%$ , un budget restant de l'ordre de quelques centaines de  $\text{GtCO}_2$  depuis 2020, qui se réduit ensuite chaque année au rythme des émissions. En partant, par exemple, d'un budget  $1,5^\circ\text{C}$  autour de  $400\text{--}500 \text{ GtCO}_2$  au début des années 2020, il est naturel de trouver un budget restant en 2024 de l'ordre de  $200\text{--}300 \text{ GtCO}_2$ .

Dans ce cadre, la valeur  $B(1,5) \approx 190 \text{ GtCO}_2$  est du bon ordre de grandeur, mais plutôt dans le bas de la fourchette : notre modèle tend à sous-estimer légèrement le budget restant pour  $1,5^\circ\text{C}$ . Pour  $2^\circ\text{C}$ , la valeur  $B(2) \approx 1,1 \times 10^3 \text{ GtCO}_2$  est, au contraire, remarquablement proche des estimations de budget restant pour  $2^\circ\text{C}$  (de l'ordre de  $1,1\text{--}1,2 \times 10^3 \text{ GtCO}_2$ ), ce qui montre que la calibration choisie est globalement cohérente.

(ii) Plusieurs raisons peuvent expliquer l'écart (modéré) entre ce modèle et les évaluations complètes :

- le modèle ne tient compte que du  $CO_2$  et néglige les autres gaz à effet de serre (méthane, protoxyde d'azote, etc.) ainsi que les aérosols, qui jouent pourtant un rôle important dans les bilans radiatifs ;
- la relation  $\Delta T \approx \beta C$  est supposée strictement linéaire avec une pente  $\beta$  constante, alors que, dans la réalité, la réponse du système climatique peut dépendre du scénario, de l'horizon temporel et de rétroactions supplémentaires (océans profonds, calottes glaciaires, permafrost, etc.) ;
- les valeurs de  $\Delta T_0$  et  $C_0$  sont prises comme des nombres « propres » pour les besoins du TD, alors que les estimations observationnelles portent des barres d'erreur non négligeables ;
- les budgets publiés sont souvent donnés pour des probabilités différentes (50 %, 67 %, 83 %), ce qui change sensiblement la valeur numérique annoncée.

(iii) Ce modèle linéaire  $\Delta T \approx \beta C$  a néanmoins un intérêt pédagogique clair :

- il relie directement une cible de température (par exemple  $1,5^\circ\text{C}$  ou  $2^\circ\text{C}$ ) à un budget d'émissions total  $C_{\text{tot}}$ , ce qui permet de traduire un objectif physique en contrainte sur l'aire sous la courbe  $t \mapsto E(t)$  ;
- il met en évidence que ce n'est pas seulement l'année du « net zéro » qui importe, mais aussi la forme de la trajectoire d'émissions (scénario A vs B vs C vs D) ;
- il permet des calculs simples (proportionnalité, intégrales élémentaires) tout en restant conceptuellement proche des raisonnements utilisés dans les rapports scientifiques.

En revanche, ce modèle ne peut pas :

- fournir des prévisions fines de la trajectoire de température à l'échelle décennale ;
- capturer les incertitudes détaillées ni les différences entre scénarios complexes (politiques climatiques, chocs économiques, rétroactions lentes, etc.).

Pour ces aspects, il faut recourir à des modèles climatiques plus complets et à des modèles simples du climat (SCM) plus sophistiqués, dont  $\Delta T \approx \beta C$  constitue en quelque sorte la « première approximation linéaire ».

*Contexte. Cet exercice illustre la notion de budget carbone global : une fois la relation empirique quasi linéaire  $\Delta T \approx \beta C$  admise, les contraintes sur les émissions deviennent des contraintes d'aires sous la courbe  $t \mapsto E(t)$ . Cela permet de relier des décisions de politiques climatiques (vitesse de réduction des émissions, horizon du net zéro) à une cible physique (1,5 °C ou 2 °C), de manière mathématiquement élémentaire mais conceptuellement proche des raisonnements utilisés dans les évaluations internationales.*

**Exercice 2** (Prédire la fin de monde (partie 1) : une intégrale de type bêta (Intégration)). Soient  $p, q \in \mathbb{N}$  (éventuellement 0). On s'intéresse à l'intégrale

$$I_{p,q} := \int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx.$$

a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , calculer

$$\int_0^1 x^n \, dx \quad \text{et} \quad \int_0^1 (1-x)^n \, dx.$$

b) Soient  $p, q \in \mathbb{N}$  avec  $p \geq 1$ . Calculer la dérivée de la fonction  $f$  définie pour tout  $x \in [0, 1]$  par

$$f(x) := x^p (1-x)^{q+1}$$

et montrer que, pour tout  $x \in [0, 1]$ ,

$$x^p (1-x)^q = \frac{p}{q+1} x^{p-1} (1-x)^{q+1} - \frac{1}{q+1} f'(x).$$

c) Montrer que, pour tout  $p \geq 1$ ,

$$I_{p,q} = \frac{p}{q+1} I_{p-1,q+1}.$$

d) Montrer que, pour tout  $p \geq 1$ ,

$$I_{p,q} = \frac{p!}{(q+1)(q+2)\cdots(q+p)} I_{0,p+q}.$$

e) En déduire une formule explicite pour  $I_{p,q}$  en fonction de  $p$  et  $q$ , que l'on écrira au besoin à l'aide des factoriels.

**Solution.**

a) Pour  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$\int_0^1 x^n \, dx = \left[ \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{n+1}.$$

Pour l'autre intégrale, on effectue le changement de variable  $u = 1-x$ ,  $x = 1-u$ ,  $du = -dx$  :

$$\int_0^1 (1-x)^n \, dx = \int_1^0 u^n (-du) = \int_0^1 u^n \, du = \frac{1}{n+1}.$$

b) Pour  $f(x) = x^p (1-x)^{q+1}$ , on dérive à l'aide de la règle du produit :

$$f'(x) = px^{p-1} (1-x)^{q+1} + x^p (q+1)(1-x)^q (-1).$$

D'où

$$f'(x) = px^{p-1} (1-x)^{q+1} - (q+1)x^p (1-x)^q.$$

On isole le terme  $x^p (1-x)^q$  :

$$(q+1)x^p (1-x)^q = px^{p-1} (1-x)^{q+1} - f'(x),$$

soit, pour tout  $x \in [0, 1]$ ,

$$x^p (1-x)^q = \frac{p}{q+1} x^{p-1} (1-x)^{q+1} - \frac{1}{q+1} f'(x).$$

c) En intégrant l'égalité de (b) sur  $[0, 1]$ , on obtient

$$\int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx = \frac{p}{q+1} \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q+1} \, dx - \frac{1}{q+1} \int_0^1 f'(x) \, dx.$$

C'est-à-dire

$$I_{p,q} = \frac{p}{q+1} I_{p-1,q+1} - \frac{1}{q+1} [f(x)]_0^1.$$

Or

$$f(1) = 1^p (1-1)^{q+1} = 0, \quad f(0) = 0^p (1-0)^{q+1} = 0 \quad (p \geq 1),$$

d'où  $[f(x)]_0^1 = 0$ . On obtient bien

$$I_{p,q} = \frac{p}{q+1} I_{p-1,q+1}.$$

d) On applique la relation de (c) de manière itérée. Pour  $p \geq 1$ ,

$$I_{p,q} = \frac{p}{q+1} I_{p-1,q+1} = \frac{p}{q+1} \cdot \frac{p-1}{q+2} I_{p-2,q+2} = \cdots = \frac{p(p-1) \cdots 1}{(q+1)(q+2) \cdots (q+p)} I_{0,q+p}.$$

En écrivant les produits à l'aide des factoriels,

$$p(p-1) \cdots 1 = p! \quad \text{et} \quad (q+1)(q+2) \cdots (q+p) = \frac{(q+p)!}{q!},$$

d'où

$$I_{p,q} = \frac{p!}{(q+1) \cdots (q+p)} I_{0,p+q} = \frac{p! q!}{(q+p)!} I_{0,p+q}.$$

e) D'après (a), on a

$$I_{0,p+q} = \int_0^1 (1-x)^{p+q} \, dx = \frac{1}{p+q+1}.$$

En remplaçant dans l'expression trouvée en (d),

$$I_{p,q} = \frac{p! q!}{(p+q)!} \cdot \frac{1}{p+q+1} = \frac{p! q!}{(p+q+1)!}.$$

On a donc, pour tout  $p, q \in \mathbb{N}$ ,

$$I_{p,q} = \int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx = \frac{p! q!}{(p+q+1)!}.$$

Contexte. Cette intégrale est un cas particulier de la fonction bêta de paramètres entiers : pour  $\alpha, \beta > 0$ ,

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \, dx.$$

**Exercice 3** (Prédire la fin du monde (partie 2) : estimateur de Laplace-Bayes (Probabilités)). On se propose de répondre (de façon très simplifiée) à la question :

« le Soleil se lèvera-t-il demain ? »

On considère une urne contenant un très grand nombre de boules, chacune étant soit blanche soit noire. La fraction inconnue de boules blanches dans l'urne est notée  $x \in ]0, 1[$ . On ne connaît pas  $x$ , mais on suppose qu'a priori toutes les valeurs de  $x$  dans  $]0, 1[$  sont également plausibles.

On effectue alors  $p+q$  tirages successifs avec remise. On observe au total  $p$  boules blanches et  $q$  boules noires (on ne tient pas compte de l'ordre d'apparition).

a) On modélise les tirages par des variables aléatoires.

(i) Pour  $i \in \{1, \dots, p+q\}$ , on définit

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la } i\text{-ème boule tirée est blanche,} \\ 0 & \text{si la } i\text{-ème boule tirée est noire.} \end{cases}$$

En supposant  $x \in ]0, 1[$  fixé, préciser la loi de chaque  $X_i$  (nom de la loi et paramètre), puis montrer que, pour toute suite donnée  $(x_1, \dots, x_{p+q}) \in \{0, 1\}^{p+q}$ ,

$$\mathbb{P}(X_1 = x_1, \dots, X_{p+q} = x_{p+q} \mid x) = x^s(1-x)^{(p+q)-s},$$

où  $s = x_1 + \dots + x_{p+q}$  est le nombre de « succès » (boules blanches).

(ii) En déduire que, pour toute réalisation contenant exactement  $p$  boules blanches et  $q$  boules noires (donc  $s = p$  et  $p + q - s = q$ ), la probabilité d'obtenir cette suite donnée vaut

$$x^p(1-x)^q.$$

(On appelle vraisemblance la fonction de  $x$  ainsi obtenue.)

b) On rappelle qu'une fonction

$$f_X : ]0, 1[ \longrightarrow [0, +\infty[$$

est une densité de probabilité (sur l'intervalle  $]0, 1[$ ) pour une variable aléatoire réelle  $X$  si :

- $\int_0^1 f_X(x) \, dx = 1$ ,
- pour tous  $0 \leq a < b \leq 1$ ,

$$\mathbb{P}(a < X < b) = \int_a^b f_X(x) \, dx.$$

On admet le résultat suivant (formule de Bayes, cas continu) :

Théorème (Bayes, cas continu). Soit  $X$  une variable aléatoire à valeurs dans  $]0, 1[$ , de densité a priori  $f_X$ . Soit  $\mathcal{D}$  un événement tel que  $\mathbb{P}(\mathcal{D}) > 0$ . On suppose qu'il existe une fonction

$$L : ]0, 1[ \longrightarrow [0, +\infty[$$

telle que, pour tout  $x \in ]0, 1[$ ,

$$\mathbb{P}(\mathcal{D} \mid X = x) = L(x).$$

Alors  $X$  admet, conditionnellement à  $\mathcal{D}$ , une densité a posteriori  $f_{X|\mathcal{D}}$  donnée par

$$f_{X|\mathcal{D}}(x) = \frac{L(x) f_X(x)}{\int_0^1 L(r) f_X(r) \, dr}, \quad x \in ]0, 1[.$$

On note désormais  $\mathcal{D}$  l'événement « les  $p+q$  tirages ont donné  $p$  blancs et  $q$  noirs » (sans tenir compte de l'ordre).

On modélise  $x$  comme une variable aléatoire à densité a priori uniforme sur  $]0, 1[$ , c'est-à-dire de densité  $f_x$  constante égale à 1 sur  $]0, 1[$  et nulle ailleurs.

(i) Montrer que

$$f_{p,q}(x) := f_{x|\mathcal{D}}(x) = \frac{\mathbb{P}(\mathcal{D} \mid x) f_x(x)}{\int_0^1 \mathbb{P}(\mathcal{D} \mid r) f_x(r) \, dr}, \quad x \in ]0, 1[.$$

(ii) Montrer que

$$\mathbb{P}(\mathcal{D} \mid x) = \binom{p+q}{p} x^p (1-x)^q.$$

En déduire que la densité a posteriori de  $x$  est de la forme

$$f_{p,q}(x) = K_{p,q} x^p (1-x)^q, \quad x \in ]0, 1[,$$

où  $K_{p,q} > 0$  est une constante de normalisation à déterminer.

c) On s'intéresse maintenant à la probabilité que le  $(p+q+1)$ -ième tirage soit blanc, compte tenu des observations précédentes.

(i) Expliquer pourquoi, conditionnellement à la valeur  $x$ , la probabilité que le prochain tirage soit blanc vaut

$$\mathbb{P}(X_{p+q+1} = 1 \mid x, \mathcal{D}) = x.$$

(On rappelle que le paramètre  $x$  intervient uniquement comme probabilité de « succès » à chaque tirage.)

(ii) En utilisant la formule des probabilités totales (en continu), montrer que la probabilité prévisionnelle

$$\mathbb{P}(\text{« prochain tirage blanc »} \mid \mathcal{D})$$

est donnée par

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} \mid \mathcal{D}) = \int_0^1 x f_{p,q}(x) \, dx = \frac{\int_0^1 x^{p+1} (1-x)^q \, dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx}.$$

Cette quantité est à interpréter comme l'espérance a posteriori de  $x$ .

d) En déduire que

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} \mid \mathcal{D}) = \frac{p+1}{p+q+2}.$$

On parle de règle de succession de Laplace-Bayes.

e) On considère maintenant le cas particulier  $q = 0$  : tous les tirages observés sont blancs. Montrer que

$$\mathbb{P}(\text{prochain noir} \mid p \text{ blancs}) = \frac{1}{p+2}.$$

f) *Applications numériques*

(a) On fait l'analogie suivante : chaque jour où le Soleil s'est levé correspond à un « tirage blanc ».

On suppose que le Soleil s'est levé chaque jour depuis la formation de la Terre il y a environ 4,54 milliards d'années. En notant  $p$  le nombre de jours écoulés depuis cette date (donc le nombre de « succès » observés) et en appliquant la règle de succession de Laplace-Bayes avec  $q = 0$ , calculer l'estimation

$$\mathbb{P}(\text{« le Soleil ne se lève pas demain »}) = \frac{1}{p+2}.$$

Donner une valeur numérique approchée de cette probabilité, ainsi que l'ordre de grandeur des « chances » que le Soleil se lève encore demain.

(b) On considère, par exemple, l'événement annuel

$$E_n = \{ \text{« les émissions mondiales de } CO_2 \text{ diminuent par rapport à l'année précédente »} \}.$$

On note « succès » une année où  $E_n$  se produit, et « échec » sinon.

Supposons que, sur  $n$  années consécutives d'observation, l'événement  $E_n$  se soit produit  $p$  fois et ne se soit pas produit  $q$  fois ( $n = p + q$ ). En transposant la règle de succession, donner une estimation (modèle de Laplace-Bayes) de la probabilité que  $E_{n+1}$  se produise l'année suivante, en fonction de  $p$  et  $q$ . Pour les émissions de  $CO_2$  ou de gaz à effet de serre (GES) mondiales, les séries historiques (Global Carbon Budget, rapports de synthèse) montrent une tendance de fond à la hausse, avec seulement quelques années de baisse nette.

Par exemple, un rapport de WWF sur les « megatrends » de la transition énergétique indique que, depuis l'adoption de la Convention climat en 1992, les émissions anthropiques de GES n'ont diminué « qu'en quelques années exceptionnelles », citant explicitement la baisse après la crise financière de 2008/2009 et l'année 2020 (COVID-19).<sup>11</sup>

Pour fixer les idées dans l'exercice, on considère la période 1993-2020 incluse, soit  $n = 28$  années, et on prend

$$p = 2 \quad (\text{années de baisse : 2009 et 2020}), \quad q = 26, \quad n = p + q.$$

Quelle est la probabilité que les émissions baissent l'année suivante ?

(c) Pour chacune des applications ci-dessus, discuter brièvement les limites d'un tel modèle pour ce type de phénomène. Est-ce que ce type d'estimateur peut-il tout de même fournir un « ordre de grandeur » ou un point de départ neutre pour le raisonnement ?

**Solution.**

a) (i) Pour  $x$  fixé, à chaque tirage, la probabilité d'obtenir une boule blanche est  $x$ , celle d'obtenir une boule noire est  $1 - x$ . La variable aléatoire  $X_i$  suit donc une loi de Bernoulli de paramètre  $x$  :

$$\mathbb{P}(X_i = 1 \mid x) = x, \quad \mathbb{P}(X_i = 0 \mid x) = 1 - x.$$

Les tirages sont supposés indépendants conditionnellement à  $x$ . Pour une suite donnée  $(x_1, \dots, x_{p+q})$ , où chaque  $x_i \in \{0, 1\}$ , on a alors

$$\mathbb{P}(X_1 = x_1, \dots, X_{p+q} = x_{p+q} \mid x) = \prod_{i=1}^{p+q} \mathbb{P}(X_i = x_i \mid x) = \prod_{i=1}^{p+q} x^{x_i} (1 - x)^{1 - x_i}.$$

Si l'on note  $s = x_1 + \dots + x_{p+q}$  le nombre de « succès » (boules blanches), on obtient

$$\prod_{i=1}^{p+q} x^{x_i} (1 - x)^{1 - x_i} = x^{\sum x_i} (1 - x)^{\sum (1 - x_i)} = x^s (1 - x)^{(p+q) - s}.$$

(ii) Si la suite contient exactement  $p$  boules blanches et  $q$  boules noires, alors  $s = p$  et  $(p+q) - s = q$ , si bien que

$$\mathbb{P}(\text{cette suite donnée} \mid x) = x^p (1 - x)^q.$$

La quantité  $x^p (1 - x)^q$  est la vraisemblance de  $x$  pour ces données.

b) (i) La densité a priori de  $x$  est

$$f_x(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r \in ]0, 1[, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

11. Voir [WWF, Megatrends of the Global Energy Transition](#).

D'après le théorème de Bayes (cas continu) rappelé dans l'énoncé, si l'on note  $L(x) := \mathbb{P}(\mathcal{D} | x)$ , la densité a posteriori  $f_{x|\mathcal{D}}$  est donnée pour  $x \in ]0, 1[$  par

$$f_{x|\mathcal{D}}(x) = \frac{L(x) f_x(x)}{\int_0^1 L(r) f_x(r) dr} = \frac{\mathbb{P}(\mathcal{D} | x) f_x(x)}{\int_0^1 \mathbb{P}(\mathcal{D} | r) f_x(r) dr}.$$

On pose  $f_{p,q}(x) := f_{x|\mathcal{D}}(x)$ , ce qui donne bien l'expression demandée dans l'énoncé.

(ii) La probabilité d'observer  $p$  blancs et  $q$  noirs (sans ordre) suit une loi binomiale conditionnellement à  $x$  :

$$\mathbb{P}(\mathcal{D} | x) = \binom{p+q}{p} x^p (1-x)^q.$$

Le facteur  $\binom{p+q}{p}$  ne dépend pas de  $x$ . En substituant dans la formule de Bayes, on obtient

$$f_{p,q}(x) = \frac{\binom{p+q}{p} x^p (1-x)^q \cdot 1}{\int_0^1 \binom{p+q}{p} r^p (1-r)^q dr} = \frac{x^p (1-x)^q}{\int_0^1 r^p (1-r)^q dr}.$$

Il existe donc une constante  $K_{p,q} > 0$  telle que

$$f_{p,q}(x) = K_{p,q} x^p (1-x)^q, \quad x \in ]0, 1[.$$

c) (i) Conditionnellement à  $x$ , tous les tirages sont indépendants et ont probabilité  $x$  de donner une boule blanche. Le passé ( $\mathcal{D}$ ) ne change pas cette probabilité une fois  $x$  fixé. On a donc

$$\mathbb{P}(X_{p+q+1} = 1 | x, \mathcal{D}) = \mathbb{P}(X_{p+q+1} = 1 | x) = x.$$

(ii) On utilise la formule des probabilités totales (version continue) :

$$\mathbb{P}(X_{p+q+1} = 1 | \mathcal{D}) = \int_0^1 \mathbb{P}(X_{p+q+1} = 1 | x, \mathcal{D}) f_{p,q}(x) dx = \int_0^1 x f_{p,q}(x) dx.$$

C'est exactement

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} | \mathcal{D}) = \int_0^1 x f_{p,q}(x) dx = K_{p,q} \int_0^1 x^{p+1} (1-x)^q dx.$$

Comme  $K_{p,q}^{-1} = \int_0^1 x^p (1-x)^q dx$ , on obtient

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} | \mathcal{D}) = \frac{\int_0^1 x^{p+1} (1-x)^q dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q dx}.$$

Par définition,  $\int_0^1 x f_{p,q}(x) dx$  est l'espérance a posteriori de  $x$ .

d) D'après (c), on a

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} | \mathcal{D}) = \frac{\int_0^1 x^{p+1} (1-x)^q dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q dx} = \frac{I_{p+1,q}}{I_{p,q}}.$$

En utilisant la formule déjà établie

$$I_{p,q} = \frac{p! q!}{(p+q+1)!},$$

on calcule

$$I_{p+1,q} = \frac{(p+1)! q!}{(p+q+2)!}.$$

Dès lors

$$\frac{I_{p+1,q}}{I_{p,q}} = \frac{\frac{(p+1)! q!}{(p+q+2)!}}{\frac{p! q!}{(p+q+1)!}} = \frac{(p+1)! q!}{(p+q+2)!} \cdot \frac{(p+q+1)!}{p! q!} = \frac{p+1}{p+q+2}.$$

On en déduit

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} \mid \mathcal{D}) = \frac{p+1}{p+q+2}.$$

e) Si  $q = 0$ , la formule donne

$$\mathbb{P}(\text{prochain blanc} \mid p \text{ blancs}) = \frac{p+1}{p+2}.$$

Par complémentarité,

$$\mathbb{P}(\text{prochain noir} \mid p \text{ blancs}) = 1 - \frac{p+1}{p+2} = \frac{1}{p+2}.$$

f) (a) **Lever du Soleil.**

On modélise chaque jour par un tirage de Bernoulli :

$$\text{« lever du Soleil »} = \text{succès (blanc)}, \quad \text{« pas de lever »} = \text{échec (noir)}.$$

On suppose que

- la probabilité de succès est une quantité inconnue  $x \in ]0, 1[$  ;
- l'a priori sur  $x$  est uniforme sur  $]0, 1[$  ;
- les jours sont conditionnellement indépendants sachant  $x$ .

La règle de succession de Laplace-Bayes (démontrée dans l'exercice) dit que, si l'on a observé  $p$  succès et  $q$  échecs, alors la probabilité prévisionnelle de succès au prochain tirage est

$$\mathbb{P}(\text{succès au prochain tirage} \mid p \text{ succès}, q \text{ échecs}) = \frac{p+1}{p+q+2}.$$

Ici on prend  $q = 0$  (on n'a jamais observé « pas de lever ») et  $p$  égal au nombre de jours écoulés depuis la formation de la Terre, que l'on approxime par<sup>12</sup>

$$p \approx 4,54 \times 10^9 \times 365,25 \approx 1,66 \times 10^{12} \text{ jours.}$$

L'estimation Laplace-Bayes de la probabilité que le Soleil ne se lève pas demain est alors

$$\mathbb{P}(\text{« pas de lever demain »}) = 1 - \frac{p+1}{p+2} = \frac{1}{p+2} \approx \frac{1}{1,66 \times 10^{12}} \approx 6,0 \times 10^{-13}.$$

Cela correspond à un ordre de grandeur d'environ une chance sur  $1,7 \times 10^{12}$  en faveur d'un lever du Soleil demain (dans ce modèle).

Commentaire physique.

Laplace appliquait déjà cette règle avec  $p \approx 5000 \times 365$ , ce qui donne environ une chance sur  $1,8 \cdot 10^6$  en faveur du lever du Soleil le lendemain.<sup>13</sup>

Les modèles astrophysiques modernes donnent une image beaucoup plus détaillée :

12. Âge de la Terre  $\simeq 4,54 \cdot 10^9$  ans, voir par exemple [Wikipedia, Age of Earth](#).

13. Voir par exemple [Wikipedia, Rule of succession](#) et [Sunrise problem](#).

- le Soleil est une étoile d'environ 4,6 milliards d'années, et devrait rester sur la séquence principale encore  $\sim 5$  milliards d'années avant de devenir une géante rouge, engloutissant vraisemblablement les planètes internes.
- des simulations numériques (Laskar, Gastineau) suggèrent qu'il existe environ 1% de probabilité que la dynamique chaotique du système solaire conduise à une collision planétaire ou à la chute d'une planète dans le Soleil en moins de 5 milliards d'années.<sup>14</sup>

**Remarque.** Ce calcul est surtout un exercice de mise à jour bayésienne : appliqué tel quel, il n'utilise aucune information physique (évolution stellaire, dynamique du système solaire, etc.). Pour raisonner sérieusement, il faut intégrer ces connaissances dans le modèle (et donc dans *l'a priori*).<sup>15</sup>

(b) **Émissions mondiales de CO<sub>2</sub>.**

En reprenant le modèle général de la règle de succession, si un événement binaire (succès/échec) a été observé  $p$  fois comme succès et  $q$  fois comme échec ( $n = p + q$  observations), avec un *a priori* uniforme sur la probabilité  $x$  de succès, alors la probabilité prévisionnelle de succès au prochain essai est

$$\mathbb{P}(\text{succès au prochain essai} \mid p, q) = \frac{p+1}{p+q+2}.$$

Dans notre notation,

$$\mathbb{P}(E_{n+1} \mid p, q) = \frac{p+1}{p+q+2}.$$

La règle de succession donne alors

$$\mathbb{P}(E_{n+1}) \approx \frac{p+1}{p+q+2} = \frac{2+1}{28+2} = \frac{3}{30} = 0,10.$$

Dans ce modèle simplifié, on obtient donc une probabilité d'environ 10% que les émissions mondiales diminuent l'année suivante, sur la base du seul historique « hausse/baisse » depuis le début des années 1990.

Comparaison avec les estimations physiques et scénarios.

Les bilans carbone récents (Global Carbon Project) indiquent que les émissions mondiales de CO<sub>2</sub> fossile et de changement d'usage des terres ont atteint des niveaux record en 2023-2024, avec une croissance beaucoup plus lente qu'auparavant mais sans baisse structurelle à ce stade.<sup>16</sup>

Les scénarios de l'IPCC (AR6, groupe de travail III) montrent que, dans les trajectoires compatibles avec une limitation du réchauffement à 1,5°C ou 2°C, les émissions mondiales de CO<sub>2</sub> doivent atteindre un pic très rapidement puis décroître de façon rapide et soutenue, avec des émissions nettes de CO<sub>2</sub> atteignant zéro autour du milieu du siècle pour 1,5°C.<sup>17</sup> Cela signifie que la « vraie » probabilité de voir les émissions baisser l'an prochain dépend fortement des politiques mises en œuvre :

- si le monde suit les politiques actuelles, les projections officielles montrent plutôt une poursuite de la stagnation ou de la hausse modérée à court terme ;
- si le monde se met vraiment sur une trajectoire 1,5°C, la baisse des émissions doit devenir presque certaine chaque année pendant plusieurs décennies.

14. Voir [J. Laskar, \*Mercury, Mars, Venus and the Earth: when worlds collide\*](#).

15. Discussion vulgarisée : [Science4All](#).

16. Voir par exemple Friedlingstein et al., [Global Carbon Budget 2024](#) et la synthèse vulgarisée [Carbon Brief, 2025](#).

17. Voir [IPCC AR6 WGIII, \*Summary for Policymakers\*](#).

*La valeur 10 % donnée par la règle de succession n'est donc qu'un point de départ « neutre » basé sur le passé, mais elle ne capture ni les contraintes physiques (budgets carbone) ni les dynamiques politico-économiques futures.*

*(c) Discussion TES.*

*Pour les deux exemples, le schéma de Laplace-Bayes repose sur des hypothèses fortes :*

- les observations sont modélisées par des tirages indépendants conditionnellement à un paramètre  $x$  fixe ;*
- l'a priori sur  $x$  est uniforme, ce qui reflète une ignorance complète sur sa valeur ;*
- on ne tient compte que du résultat binaire « succès/échec », sans utiliser d'autres informations (structure physique du système solaire, modèles climatiques, politiques climatiques, etc.).*

*Dans le cas du lever du Soleil, l'estimateur donne un ordre de grandeur cohérent (quelques milliards d'années) mais uniquement parce que le nombre  $p$  est énorme. Une modélisation plus réaliste s'appuie sur la physique stellaire, la dynamique du système solaire, voire la cosmologie. Le cadre bayésien reste pertinent, mais l'a priori doit alors être construit à partir de cette connaissance supplémentaire (distribution possible des temps de fin de séquence principale, scénarios de collisions planétaires, etc.), et non d'un a priori uniforme totalement abstrait.*

*Dans le cas des émissions mondiales de CO<sub>2</sub>, la règle de succession fournit un petit nombre ( $\sim 10\%$ ) qui donne un « ordre de grandeur » du caractère rare des années de baisse dans l'histoire récente. Mais ce nombre est très éloigné de ce qu'exigent les trajectoires compatibles avec les objectifs de l'Accord de Paris (baisse rapide et quasi certaine des émissions chaque année dans les scénarios 1,5°C).*

## Séance 6 : Coopérer et agir en collectif

Durée : 90 min

Compétences : Coopérer et agir en collectif

**Exercice 1** (Démocratie, règles de vote et paradoxes de l'agrégation (Théorie du choix social)). *Dans une démocratie, les grandes orientations de la transition écologique et sociale (interdiction de certains produits, investissements publics, etc.) sont souvent décidées par vote. La théorie mathématique du choix social cherche à comprendre ce que l'on peut raisonnablement exiger d'un système de vote, et ce qui est impossible.*

On modélise un groupe fini d'électeurs

$$N = \{1, \dots, n\}, \quad n \geq 3,$$

et un ensemble fini d'options (ou « candidats »)  $A, B, C, \dots$

### 1. Vote binaire et règle de la majorité (théorème de May).

On commence avec un référendum à deux options :

- $A$  : plan ambitieux de transition (forte taxe carbone, investissements massifs, etc.);
- $B$  : statu quo (pas de changement majeur).

Chaque électeur  $i \in N$  vote soit pour  $A$ , soit pour  $B$ . Un scrutin (à deux options) est une application

$$f : \{A, B\}^N \longrightarrow \{A, B\},$$

qui associe à chaque profil de votes  $v = (v_1, \dots, v_n)$  un vainqueur  $f(v) \in \{A, B\}$ . On supposera dans toute la question 1 que  $n$  est impair, de sorte qu'il n'y a jamais d'égalité parfaite.

On introduit les propriétés de « justice » pour un scrutin  $f$  :

- Non-trivialité : il existe un profil de votes où  $A$  gagne et un profil de votes où  $B$  gagne.
- Anonymat : si l'on permute les électeurs, le résultat ne change pas.
- Neutralité entre  $A$  et  $B$  : si l'on échange les rôles de  $A$  et  $B$  (chaque bulletin «  $A$  » devenant «  $B$  » et inversement), alors le vainqueur s'échange aussi.
- Monotonie : si  $A$  gagne une élection, et que certains électeurs changent leur vote de  $B$  vers  $A$  (sans que personne ne change de  $A$  vers  $B$ ), alors  $A$  doit encore gagner.

On définit la règle de la majorité simple  $M$  pour tout  $v \in \{A, B\}^N$  par

$$M(v) = \begin{cases} A & \text{si plus de la moitié des électeurs votent pour } A, \\ B & \text{sinon.} \end{cases}$$

(Comme  $n$  est impair, il ne peut pas y avoir exactement autant de voix pour  $A$  que pour  $B$ .)

(a) Montrer que  $M$  vérifie l'anonymat, la neutralité et la monotonie.

(b) Réciproquement, on se donne dans la suite  $f : \{A, B\}^N \rightarrow \{A, B\}$  un scrutin vérifiant les hypothèses d'anonymat, de neutralité, de monotonie et de non-trivialité.

Soit  $v \in \{A, B\}^N$  et soit

$$k(v) := \#\{i \in N \mid v_i = A\}$$

le nombre de voix pour  $A$ . Montrer qu'il existe une application

$$F : \{0, 1, \dots, n\} \rightarrow \{A, B\}$$

telle que  $f(v) = F(k(v))$  pour tout profil  $v$ . (Autrement dit, le résultat ne dépend que du nombre de voix pour  $A$ .)

(c) Montrer que pour tout entier  $k \in \{0, \dots, n\}$ ,

$$F(k) = A \iff F(n - k) = B.$$

(d) Montrer, en utilisant la monotonie, que l'ensemble

$$S_A := \{k \in \{0, \dots, n\} \mid F(k) = A\}$$

est de la forme  $\{m, m+1, \dots, n\}$  pour un certain entier  $m \in \{1, \dots, n\}$ . Autrement dit, il existe un seuil  $m$  tel que  $A$  gagne dès que  $k \geq m$ . (On admet un résultat analogue pour  $S_B$ .)

(e) En combinant les questions précédentes, montrer que nécessairement

$$m = \frac{n+1}{2}.$$

Conclure que, sous les hypothèses d'anonymat, de neutralité, de monotonie et de non-trivialité, le scrutin  $f$  coïncide avec la règle de la majorité simple  $M$ . (C'est une forme du théorème de May.)

### 2. Trois options et paradoxe de Condorcet.

On considère maintenant trois options pour une politique climat-énergie :

- $A$  : taxe carbone élevée, redistribution intégrale aux ménages ;
- $B$  : normes réglementaires fortes, peu de taxes ;
- $C$  : statu quo.

Chaque électeur fournit cette fois un ordre strict de préférence sur  $\{A, B, C\}$ .

(a) Vérifier que le profil suivant conduit à une majorité cyclique (paradoxe de Condorcet) :

Nombre d'électeurs	1	1	1
Préférence 1	$A$	$B$	$C$
Préférence 2	$B$	$C$	$A$
Préférence 3	$C$	$A$	$B$

c'est-à-dire que la majorité préfère  $A$  à  $B$ ,  $B$  à  $C$ , et  $C$  à  $A$ .

(b) On dit qu'un candidat est vainqueur de Condorcet s'il bat chaque autre candidat par un vote à la majorité (comparaison deux à deux). Montrer que, dans le profil ci-dessus, il n'y a pas de vainqueur de Condorcet.

### 3. Fonctions de choix social et axiomes d'Arrow.

On suppose désormais que chaque électeur  $i \in N$  fournit un ordre strict  $\succ_i$  sur un ensemble  $\mathcal{A}$  d'au moins deux options (par exemple différents scénarios de transition). Un profil de préférences est une famille

$$(\succ_1, \dots, \succ_n).$$

Une fonction de bien-être social (ou fonction de choix social ordinaire) est une application

$$\Phi : \{\text{profils de préférences}\} \longrightarrow \{\text{ordres stricts sur } \mathcal{A}\},$$

qui associe à chaque profil un ordre  $\succ_\Phi$  représentant les préférences de la « société ».

On considère trois propriétés classiques :

- **Unanimité (efficacité de Pareto).** Si tous les électeurs préfèrent  $X$  à  $Y$  (c'est-à-dire  $X \succ_i Y$ ), alors la société préfère aussi  $X$  à  $Y$  (c'est-à-dire  $X \succ_\Phi Y$ ).
- **Non-dictature.** Il n'existe pas d'électeur  $i$  qui impose toujours ses préférences, c'est-à-dire tel que, pour tous les profils et pour toutes options  $X, Y$ ,

$$X \succ_i Y \implies X \succ_\Phi Y.$$

- **Indépendance des alternatives non pertinentes (IIA).** Pour toute paire  $X, Y$ , le rang relatif de  $X$  et  $Y$  dans l'ordre social  $\succ_\Phi$  ne dépend que des préférences individuelles entre  $X$  et  $Y$  (et pas de la manière dont les électeurs classent les autres options).

- (a) Vérifier que, dans le cas à deux options seulement, la règle de la majorité (question 1) peut être vue comme une fonction de bien-être social qui satisfait ces trois propriétés. Dans toute la suite, on suppose toujours qu'il y a au moins **trois** options dans  $\mathcal{A}$ .
- (b) On définit la règle de Borda sur trois options  $A, B, C$  ainsi : chaque électeur donne 2 points à son option préférée, 1 point à la seconde et 0 à la dernière ; l'ordre social classe les options par score total décroissant. Montrer sur un exemple que la règle de Borda peut violer l'axiome d'indépendance (IIA).
- (c) Dans un scrutin par pluralité (uninominal à un tour), chaque électeur vote pour **une** option et l'option recevant le plus de voix gagne. Ce scrutin vérifie-t-il l'IIA ? (Donner un contre-exemple ou une preuve.)
- (d) (Résultat admis.) Théorème d'Arrow. Si  $|\mathcal{A}| \geq 3$ , alors toute fonction de bien-être social  $\Phi$  qui satisfait simultanément l'unanimité et l'IIA doit être dictatorial. Discuter brièvement (quelques phrases) ce que cela signifie pour la conception de procédures de décision démocratique sur la transition écologique.

#### 4. Manipulation des scrutins.

On considère un scrutin déterministe pour élire une option parmi  $A, B, C$  à partir des ordres de préférence. On dit qu'un électeur peut manipuler le scrutin s'il existe un profil de préférences des autres électeurs et deux bulletins pour lui,

$$\succ_i \quad (\text{sincère}) \quad \text{et} \quad \succ'_i \quad (\text{stratégique}),$$

tel que le résultat obtenu quand il vote  $\succ'_i$  est strictement meilleur pour lui (par rapport à  $\succ_i$ ) que le résultat obtenu quand il vote  $\succ_i$ .

- (a) Discuter sur des exemples simples (vote par pluralité, vote par approbation) pourquoi il est intuitivement difficile de concevoir une règle de vote non manipulable dès qu'il y a au moins trois options.
- (b) (Résultat admis.) Théorème de Gibbard-Satterthwaite. Toute règle de vote déterministe qui choisit toujours un unique vainqueur, qui n'est pas dictoriale, et qui permet à chaque option de gagner pour au moins un profil de préférences, est manipulable dès qu'il y a au moins trois options.

Commenter très brièvement le lien entre ce résultat et les débats sur les algorithmes de recommandation (réseaux sociaux, plateformes) et le risque de « jeu stratégique » avec les règles de vote dans les conventions citoyennes.

**Solution.**

#### 1. Théorème de May (cas à deux options).

1. Propriétés de la majorité.
  - Anonymat. La règle de majorité ne dépend que du nombre de voix pour  $A$  et pour  $B$ . Si l'on permute deux électeurs, les comptages restent les mêmes, donc le vainqueur ne change pas.
  - Neutralité. Si on échange les rôles de  $A$  et  $B$ , le nombre de voix pour  $A$  devient le nombre de voix pour  $B$ , et inversement. La règle « gagne celui qui a strictement plus de voix » donne alors l'autre candidat comme vainqueur. Autrement dit, le scrutin est symétrique entre  $A$  et  $B$ .
  - Monotonie. Si  $A$  gagne, cela signifie que le nombre de voix pour  $A$  est strictement supérieur à celui pour  $B$ . Si une partie des électeurs change son vote de  $B$  vers  $A$ , le nombre de voix pour  $A$  augmente et celui pour  $B$  diminue, donc l'écart en faveur de  $A$  se creuse et  $A$  reste vainqueur.
2. Réduction au nombre de voix pour  $A$ . Soit  $v, w \in \{A, B\}^N$  deux profils tels que  $k(v) = k(w)$ . On peut passer de  $v$  à  $w$  par une permutation des électeurs (en envoyant les électeurs qui votent

*A sur ceux qui votent A, etc.). Par anonymat, une telle permutation ne change pas le résultat : on a donc  $f(v) = f(w)$ . On peut alors définir*

$$F(k) := f(v) \quad \text{pour n'importe quel } v \text{ tel que } k(v) = k.$$

*Cette définition est bien posée (indépendante du choix de  $v$ ) grâce à l'anonymat. Par construction, on a  $f(v) = F(k(v))$  pour tout profil  $v$ .*

3. Conséquence de la neutralité. Soit  $v$  un profil avec  $k$  voix pour  $A$  et  $n - k$  pour  $B$ . On considère le profil  $\tilde{v}$  obtenu en échangeant  $A$  et  $B$  dans chaque bulletin. Alors  $k(\tilde{v}) = n - k$ . Par définition de  $F$ , on a

$$f(v) = F(k), \quad f(\tilde{v}) = F(n - k).$$

*La neutralité impose que le vainqueur de  $\tilde{v}$  est l'autre candidat par rapport au vainqueur de  $v$ . Ainsi*

$$F(k) = A \iff F(n - k) = B,$$

*ce qui est l'assertion souhaitée.*

4. Forme de  $S_A$  par monotonicité. Par hypothèse de non-trivialité, il existe un profil où  $A$  gagne, donc il existe  $k_0$  tel que  $F(k_0) = A$ . En partant d'un profil avec exactement  $k_0$  voix pour  $A$ , si l'on fait passer successivement des électeurs de  $B$  à  $A$ , on construit des profils avec  $k_0 + 1, k_0 + 2, \dots$  voix pour  $A$ . À chaque étape, la monotonicité impose que le vainqueur ne peut pas passer de  $A$  à  $B$ . Ainsi

$$F(k_0) = A \implies F(k) = A \quad \text{pour tout } k \geq k_0.$$

*L'ensemble  $S_A$  est donc de la forme  $\{m, \dots, n\}$  avec  $m = \min S_A$ . De même, l'ensemble*

$$S_B := \{k \mid F(k) = B\}$$

*est de la forme  $\{0, \dots, m - 1\}$ . L'hypothèse de non-trivialité assure que  $S_A$  et  $S_B$  sont non vides, donc  $1 \leq m \leq n$ .*

5. Détermination de  $m$ . Soit  $k \in S_A$ . Alors  $F(k) = A$ , et par la question 1.(c) on a  $F(n - k) = B$ , donc  $n - k \in S_B$ . Ainsi, l'application

$$\varphi : S_A \rightarrow S_B, \quad \varphi(k) = n - k$$

*est bien définie. Elle est injective (car  $k \mapsto n - k$  l'est) et bijective (on définit de même l'inverse). En particulier,*

$$|S_A| = |S_B|.$$

*Or*

$$|S_A| = n - m + 1, \quad |S_B| = m,$$

*donc*

$$n - m + 1 = m \iff 2m = n + 1 \iff m = \frac{n + 1}{2}.$$

*Comme  $n$  est impair,  $\frac{n+1}{2}$  est un entier et c'est exactement le plus petit entier strictement supérieur à  $n/2$ .*

*On a donc*

$$F(k) = \begin{cases} B & \text{si } k < \frac{n+1}{2} \text{ (strictement moins de la moitié),} \\ A & \text{si } k \geq \frac{n+1}{2} \text{ (strictement plus de la moitié).} \end{cases}$$

*Autrement dit,  $f$  coïncide avec la règle de la majorité simple  $M$ .*

*Cela prouve une version du théorème de May : parmi les scrutins à deux options qui sont anonymes, neutres, monotones et non triviaux, la majorité simple est la seule possibilité.*

## 2. Paradoxe de Condorcet.

1. Comparons les options deux à deux (on note  $X \succ_{maj} Y$  « la majorité préfère  $X$  à  $Y$  »).
  - $A$  contre  $B$  : les électeurs 1 et 3 préfèrent  $A$  à  $B$ , l'électeur 2 préfère  $B$  à  $A$ . Donc  $A$  est préféré à  $B$  par 2 voix contre 1 :  

$$A \succ_{maj} B.$$
  - $B$  contre  $C$  : les électeurs 1 et 2 préfèrent  $B$  à  $C$ , l'électeur 3 préfère  $C$  à  $B$ , donc  

$$B \succ_{maj} C.$$
  - $C$  contre  $A$  : les électeurs 2 et 3 préfèrent  $C$  à  $A$ , l'électeur 1 préfère  $A$  à  $C$ , donc  

$$C \succ_{maj} A.$$

On obtient bien un cycle

$$A \succ_{maj} B \succ_{maj} C \succ_{maj} A,$$

ce qui viole la transitivité. C'est le paradoxe de Condorcet.

2. Un candidat est vainqueur de Condorcet s'il est préféré à chaque autre candidat dans un duel à la majorité. Or on vient de voir que chacun de  $A, B, C$  perd face à un autre ( $A$  perd contre  $C$ ,  $B$  perd contre  $A$ ,  $C$  perd contre  $B$ ). Il n'y a donc aucun vainqueur de Condorcet.

## 3. Axiomes d'Arrow.

1. Avec seulement deux options  $X, Y$ , on peut définir la fonction de bien-être social ainsi :  $X \succ_{\Phi} Y$  si et seulement si une majorité d'électeurs préfère  $X$  à  $Y$ . Cela définit un ordre strict (grâce au théorème de May).

Cette fonction satisfait alors :

- Unanimité : si tous les électeurs préfèrent  $X$  à  $Y$ , alors la majorité préfère  $X$  à  $Y$ .
  - Non-dictature : il faut au moins deux électeurs pour faire une majorité, donc aucun électeur seul ne décide toujours à lui seul.
  - IIA : il n'y a que deux options, donc la préférence sociale entre  $X$  et  $Y$  dépend nécessairement seulement des préférences individuelles entre  $X$  et  $Y$ .
2. Exemple de violation de l'IIA par la règle de Borda.

Considérons trois options  $A, B, C$  et quatre électeurs. On introduit deux profils de préférences, Profil 1 et Profil 2, tels que pour chaque électeur, l'ordre entre  $A$  et  $B$  reste le même entre les deux profils.

Profil 1.

	Électeur 1	Électeur 2	Électeur 3	Électeur 4
Profil 1	$A \succ C \succ B$	$A \succ B \succ C$	$B \succ A \succ C$	$B \succ A \succ C$

Calculons les scores de Borda (3 candidats : 2 points au premier, 1 au second, 0 au dernier) :

	$A$	$B$	$C$
Électeur 1	2	0	1
Électeur 2	2	1	0
Électeur 3	1	2	0
Électeur 4	1	2	0
Total	6	5	1

On obtient donc l'ordre social (règle de Borda)

$$A \succ_{\Phi} B \succ_{\Phi} C.$$

Profil 2. On modifie maintenant uniquement la place de  $C$  dans les classements, en veillant à garder la même préférence individuelle entre  $A$  et  $B$  pour chaque électeur :

	Électeur 1	Électeur 2	Électeur 3	Électeur 4
Profil 2	$A \succ B \succ C$	$C \succ A \succ B$	$B \succ C \succ A$	$B \succ C \succ A$

On vérifie bien que, pour chaque électeur :

$$\text{Profil 1 : } A \succ_i B \iff \text{Profil 2 : } A \succ_i B,$$

ou bien

$$\text{Profil 1 : } B \succ_i A \iff \text{Profil 2 : } B \succ_i A.$$

Autrement dit, les préférences individuelles entre  $A$  et  $B$  sont inchangées.

Calculons les scores de Borda pour ce deuxième profil :

	A	B	C
Électeur 1	2	1	0
Électeur 2	1	0	2
Électeur 3	0	2	1
Électeur 4	0	2	1
Total	3	5	4

Cette fois, l'ordre social obtenu est

$$B \succ_{\Phi} C \succ_{\Phi} A.$$

Dans le **Profil 1**, on a donc  $A \succ_{\Phi} B$ , tandis que dans le **Profil 2** on a  $B \succ_{\Phi} A$ . Pourtant, pour chaque électeur  $i$ , la relation individuelle entre  $A$  et  $B$  est la même dans les deux profils. La règle de Borda viole donc l'axiome d'indépendance des alternatives non pertinentes (IIA) : la préférence sociale entre  $A$  et  $B$  dépend ici de la manière dont les électeurs classent l'option  $C$ , qui est pourtant « non pertinente » pour la comparaison  $A$  vs  $B$ .

3. Pluralité et IIA : contre-exemple. Considérons  $n = 7$  électeurs et trois options  $A, B, C$  avec préférences :

Nombre	3	2	2
Classement	$A \succ B \succ C$	$B \succ C \succ A$	$C \succ B \succ A$

Par pluralité (vote pour le premier choix), on obtient  $A : 3$  voix,  $B : 2$ ,  $C : 2$ , donc  $A$  gagne. Si l'option  $C$  est retirée, les 2 derniers électeurs votent alors pour  $B$  (leur meilleur choix restant), et  $B$  obtient 4 voix contre 3 pour  $A$  :  $B$  gagne. Or, entre  $A$  et  $B$ , aucun électeur n'a changé d'avis. Donc la pluralité viole l'IIA.

4. Commentaire sur le théorème d'Arrow. Le théorème affirme qu'avec au moins trois options, il est impossible de trouver une fonction de bien-être social  $\Phi$  qui vérifie simultanément :

- l'unanimité (si tout le monde préfère  $X$  à  $Y$ , la société aussi) ;
- l'indépendance (IIA) ;
- la non-dictature.

Autrement dit, on doit renoncer à au moins une des exigences (ou à la transitivité de l'ordre social). Pour la transition écologique, cela signifie entre autres :

- qu'une procédure « parfaite » qui agrège des préférences complexes sur plusieurs scénarios n'existe pas ;
- que les institutions doivent choisir quelles propriétés sont les plus importantes (par exemple sacrifier l'IIA au profit d'une règle plus compréhensible ou plus robuste à la manipulation) ;
- que la participation citoyenne doit être pensée en tenant compte de ces limites théoriques (importance de la délibération, de la transparence sur la règle de décision, etc.).

#### 4. Manipulation des scrutins.

1. *Idée intuitive.* Sous le vote par pluralité (chacun donne une voix à un seul candidat, celui qui en a le plus gagne), un électeur dont le candidat préféré est jugé « peu viable » peut être tenté de voter pour son second choix afin d'éviter l'élection de son dernier choix. C'est typiquement le cas des électeurs de petits partis écologistes qui votent parfois pour un parti plus grand afin d'éviter une victoire perçue comme très défavorable à la transition.

*Sous le vote par approbation* (chaque électeur « approuve » un certain nombre de candidats, tous les candidats approuvés reçoivent un point), certains électeurs peuvent être tentés de ne pas approuver des candidats qu'ils apprécient pourtant, pour ne pas « diluer » le soutien à leur favori. Dans les deux cas, il est possible qu'un électeur obtienne un résultat plus conforme à ses préférences en ne votant pas sincèrement.

2. Commentaire sur le théorème de Gibbard-Satterthwaite. *Le théorème dit, grossièrement, que dès qu'un scrutin déterministe permet à chaque candidat de gagner dans au moins une situation et qu'il n'est pas purement dictatorial, il existe des profils de préférences pour lesquels un électeur peut améliorer le résultat pour lui en mentant.*

*Pour les algorithmes de recommandation (réseaux sociaux, plateformes), cela rappelle qu'il est très difficile de concevoir des systèmes d'agrégation de préférences ou de scores qui soient à la fois équitables, transparents et insensibles aux comportements stratégiques (bots, campagnes coordonnées, etc.). Pour les conventions citoyennes sur le climat, cela invite à :*

- expliciter la règle de décision et ses limites ;
- combiner les votes avec de la délibération, plutôt que de s'en remettre à une unique méthode parfaite ;
- réfléchir à des dispositifs institutionnels qui réduisent les incitations à la manipulation (par exemple en déclarant publiquement des règles simples, en limitant les enjeux d'un vote unique, etc.).

**Exercice 2** (Un théorème d'impossibilité d'Arrow (Théorie du choix social)). *On modélise une situation de vote social. On se donne :*

- un ensemble fini de votants  $V$ , avec  $|V| \geq 2$  ;
- un ensemble fini de candidats  $\mathcal{C}$ , avec  $|\mathcal{C}| \geq 3$ .

*Chaque votant doit classer tous les candidats par ordre de préférence.*

**Préférences individuelles.** *Un ordre total strict sur  $\mathcal{C}$  est une relation  $\succ$  telle que :*

- pour tous  $X \neq Y$ , soit  $X \succ Y$ , soit  $Y \succ X$  (comparabilité) ;
- si  $X \succ Y$  et  $Y \succ Z$ , alors  $X \succ Z$  (transitivité) ;
- pour tout  $X \in \mathcal{C}$ , on n'a pas  $X \succ X$  (irréflexivité).

*On supposera que chaque votant  $v \in V$  choisit un ordre total strict  $\succ_v$  sur  $\mathcal{C}$ .*

*On note  $\mathcal{P}$  l'ensemble de tous les profils de préférences, c'est-à-dire des familles*

$$(\succ_v)_{v \in V} \in (\text{ordres totaux stricts sur } \mathcal{C})^V.$$

**Système de vote.** *Un système de vote est une application*

$$F : \mathcal{P} \longrightarrow \{\text{ordres totaux stricts sur } \mathcal{C}\},$$

*qui associe à chaque profil  $(\succ_v)_{v \in V}$  un ordre social  $\succ_F$  sur  $\mathcal{C}$ .*

*On souhaite que  $F$  satisfasse les axiomes suivants :*

- (R) (**Rationalité du système**) *Pour tout profil,  $F((\succ_v)_{v \in V})$  est un ordre total strict (c'est-à-dire une relation de préférence « rationnelle » au niveau de la société).*
- (Det) (**Déterminisme**) *Le résultat ne dépend que des préférences  $(\succ_v)_{v \in V}$ . On n'autorise pas de tirage au sort, ni d'autres sources d'aléa.*

- (Un) (**Unanimité / consensus**) Si tous les votants préfèrent  $X$  à  $Y$ , alors la société préfère  $X$  à  $Y$ . Formellement, si pour tous  $v \in V$  on a  $X \succ_v Y$ , alors  $X \succ_F Y$ .
- (Imp) (**Impartialité**) Tous les candidats sont traités de la même manière : si l'on renomme les candidats via une permutation  $\pi : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ , et si l'on applique  $\pi$  aux bulletins individuels, alors l'ordre social est également transformé par  $\pi$ .
- (IIA) (**Indépendance des alternatives non pertinentes**) Pour tous candidats  $X, Y \in \mathcal{C}$  et pour tous profils  $(\succ_v), (\succ'_v)$ , si pour tout votant  $v$  on a

$$X \succ_v Y \iff X \succ'_v Y,$$

alors l'ordre social entre  $X$  et  $Y$  est le même dans les deux profils :

$$X \succ_F Y \iff X \succ'_F Y.$$

- (ND) (**Absence de dictateur « fort »**) Si un candidat  $X$  n'est préféré à un autre candidat  $Y$  que par un seul votant, alors la société ne doit pas classer  $X$  au-dessus de  $Y$ . Formellement, s'il existe un unique  $v_0 \in V$  tel que  $X \succ_{v_0} Y$  et  $Y \succ_v X$  pour tout  $v \neq v_0$ , alors on doit avoir  $Y \succ_F X$ .

On va montrer, en suivant une idée de T. Tao, qu'il est impossible de satisfaire simultanément toutes ces propriétés dès qu'il y a au moins trois candidats.

### 1. Quorums.

On appelle quorum tout sous-ensemble  $S \subset V$  ayant la propriété suivante :

Pour tous candidats distincts  $A, B \in \mathcal{C}$ , et pour tout profil  $(\succ_v)_{v \in V}$  tel que

- (i) pour tout  $v \in S$ , on a  $A \succ_v B$ ,
- (ii) pour tout  $v \notin S$ , on a  $B \succ_v A$ ,

alors l'ordre social vérifie  $A \succ_F B$ .

- (1.a) Vérifier que la définition ne dépend pas de la manière dont les autres candidats (autres que  $A, B$ ) sont classés. Autrement dit, montrer que si  $S$  est un quorum, alors dès que l'on fixe  $A, B$  et un profil où les électeurs se répartissent comme ci-dessus (i) et (ii) entre «  $A \succ_v B$  » et «  $B \succ_v A$  », on a bien  $A \succ_F B$ , quel que soit le classement du reste de  $\mathcal{C}$ .
- (1.b) Soit  $S \subset V$  vérifiant la condition suivante : il existe  $A, B \in \mathcal{C}$  tels que, pour tout profil  $(\succ_v)_{v \in V}$  tel que
- (i) pour tout  $v \in S$ , on a  $A \succ_v B$ ,
  - (ii) pour tout  $v \notin S$ , on a  $B \succ_v A$ ,
- alors l'ordre social vérifie  $A \succ_F B$ . Montrer que  $S$  est un quorum.

Dans la suite, on admettra que la notion de quorum est bien définie au sens où les questions 1.(a)-(b) permettent de parler simplement de «  $S$  est un quorum » sans préciser de candidats particuliers.

### 2. Intersection de quorums.

On veut montrer le lemme suivant :

Lemme. Si  $S$  et  $T$  sont des quorums, alors  $S \cap T$  est aussi un quorum.

- (2.a) Soient  $S, T \subset V$  deux quorums. On considère trois candidats distincts  $A, B, C \in \mathcal{C}$ . Montrer que l'on peut construire un profil de préférences  $(\succ_v)_{v \in V}$  satisfaisant simultanément :
- tous les votants de  $S$  préfèrent  $A$  à  $B$ , et tous les votants hors de  $S$  préfèrent  $B$  à  $A$  ;
  - tous les votants de  $T$  préfèrent  $B$  à  $C$ , et tous les votants hors de  $T$  préfèrent  $C$  à  $B$  ;
  - tous les votants de  $S \cap T$  préfèrent  $A$  à  $C$ , et tous les votants hors de  $S \cap T$  préfèrent  $C$  à  $A$ .

- (2.b) Montrer que l'ordre social obtenu pour ce profil vérifie  $A \succ_F B$ .
- (2.c) Montrer que l'ordre social vérifie aussi  $B \succ_F C$ .
- (2.d) Montrer que dans ce profil on a également  $A \succ_F C$ .
- (2.e) Conclure que, pour ce profil, les votants de  $S \cap T$  préfèrent tous  $A$  à  $C$  et tous les autres  $C$  à  $A$ , et que le système social classe  $A$  au-dessus de  $C$ . En utilisant le point 1, conclure que  $S \cap T$  est bien un quorum.

### 3. Les quasi-compléments d'un votant sont des quorums.

Soit  $v \in V$  un votant fixé. Montrer que l'ensemble  $V \setminus \{v\}$  est un quorum.

### 4. Vers une contradiction.

- (4.a) Soient  $v_1, \dots, v_n$  tous les votants de  $V$ . Montrer que

$$Q_k := \bigcap_{i=1}^k (V \setminus \{v_i\})$$

est un quorum pour tout  $k = 1, \dots, n$ .

- (4.b) Montrer que l'ensemble vide  $\emptyset$  est un quorum.
- (4.c) Montrer que l'ensemble vide ne peut pas être un quorum.
- (4.d) Conclure que les axiomes (R), (Det), (Un), (Imp), (IIA), (ND) ne peuvent pas être tous satisfaits dès que  $|\mathcal{C}| \geq 3$ . C'est une forme (simplifiée) du théorème d'impossibilité d'Arrow .

**Discussion.** Ce résultat montre qu'il n'existe pas de « système de vote parfait » agrégeant des préférences individuelles en une préférence sociale tout en respectant simultanément ces propriétés de rationalité, d'unanimité, d'impartialité, d'indépendance et d'absence de dictateur. Toute procédure de décision collective sur des politiques de transition écologique et sociale devra donc renoncer à au moins un de ces axiomes, ou accepter certaines formes de « paradoxes » ou de comportements stratégiques.

### Solution. 1. Quorums.

- (1.a) Soit  $S \subset V$ . Supposons que, pour un profil donné  $(\succ_v)$  et pour un couple  $(A, B)$ , tous les votants de  $S$  préfèrent  $A$  à  $B$ , tous les votants hors de  $S$  préfèrent  $B$  à  $A$ , et que l'ordre social classe  $A$  au-dessus de  $B$ .

Considérons un autre profil  $(\succ'_v)$  qui coïncide avec  $(\succ_v)$  sur les seules comparaisons entre  $A$  et  $B$  (c'est-à-dire  $A \succ_v B \iff A \succ'_v B$ ), mais qui peut être différent sur les autres candidats. L'axiome (IIA) stipule que la préférence sociale entre  $A$  et  $B$  ne dépend que des préférences individuelles entre  $A$  et  $B$ . Ainsi, dans ce second profil, l'ordre social classe encore  $A$  au-dessus de  $B$ . Donc la propriété de « forcer  $A \succ_F B$  » ne dépend pas du classement du reste de  $C$ .

- (1.b) L'axiome d'impartialité (Imp) dit que si l'on applique une permutation  $\pi$  de  $C$  aux bulletins individuels (on remplace partout  $X$  par  $\pi(X)$ ), alors l'ordre social est transformé de la même façon. Si  $S$  est capable de forcer  $A \succ_F B$  pour un couple  $(A, B)$ , en appliquant une permutation qui envoie  $(A, B)$  sur un autre couple  $(A', B')$ , on voit que  $S$  peut forcer  $\pi(A) \succ_F \pi(B)$ , donc  $A' \succ_F B'$ . On peut donc parler d'un quorum  $S$  sans référence particulière au choix de  $A, B$ .

### 2. Intersection de quorums.

- (2.a)

On découpe  $V$  en quatre ensembles disjoints :

$$S \cap T, \quad S \setminus T, \quad T \setminus S, \quad V \setminus (S \cup T).$$

On attribue les ordres suivants sur  $\{A, B, C\}$  :

- si  $v \in S \cap T$  :  $A \succ_v B \succ_v C$  ;

- si  $v \in S \setminus T$  :  $C \succ_v A \succ_v B$  ;
- si  $v \in T \setminus S$  :  $B \succ_v C \succ_v A$  ;
- si  $v \in V \setminus (S \cup T)$  :  $C \succ_v B \succ_v A$ .

On vérifie alors :

- tous les votants de  $S$  (c'est-à-dire  $S \cap T$  et  $S \setminus T$ ) ont  $A \succ_v B$ , et tous les autres ont  $B \succ_v A$  ;
- tous les votants de  $T$  (c'est-à-dire  $S \cap T$  et  $T \setminus S$ ) ont  $B \succ_v C$ , et tous les autres ont  $C \succ_v B$  ;
- tous les votants de  $S \cap T$  ont  $A \succ_v C$ , et tous les autres ont  $C \succ_v A$ .

Chaque votant a bien un ordre total strict sur  $\{A, B, C\}$ , qu'on pourra compléter arbitrairement avec les autres candidats.

(2.b) Par définition de quorum, comme tous les votants de  $S$  préfèrent  $A$  à  $B$  et tous les autres préfèrent  $B$  à  $A$ , on a  $A \succ_F B$ .

(2.c) De même, comme tous les votants de  $T$  préfèrent  $B$  à  $C$  et les autres  $C$  à  $B$ , le quorum  $T$  impose  $B \succ_F C$ .

(2.d) La relation sociale  $\succ_F$  est transitive (axiome (R)). De  $A \succ_F B$  et  $B \succ_F C$  on déduit  $A \succ_F C$ .

(2.e) Dans le profil construit, tous les votants de  $S \cap T$  préfèrent  $A$  à  $C$ , et tous les autres préfèrent  $C$  à  $A$ . Comme on vient de voir que  $A \succ_F C$ , la définition de quorum est satisfaite pour  $S \cap T$ . En utilisant 1.(a)-(b), cette propriété ne dépend ni de la manière dont on classe les autres candidats, ni du choix particulier du couple  $(A, C)$ . Donc  $S \cap T$  est un quorum.

### 3. Les $V \setminus \{v\}$ sont des quorums.

Soit  $v \in V$  et posons  $S = V \setminus \{v\}$ . Fixons deux candidats distincts  $A, B \in \mathcal{C}$  et considérons un profil tel que  $A \succ_u B$  pour tout  $u \in S$  et  $B \succ_v A$ . Alors  $v$  est l'unique votant qui préfère  $B$  à  $A$ . En appliquant (ND) à la paire  $(X, Y) = (B, A)$ , on obtient  $A \succ_F B$ . C'est exactement la définition de  $S$  est un quorum.

### 4. La contradiction finale.

(4.a) Pour chaque  $i$ , on sait que  $V \setminus \{v_i\}$  est un quorum. Le lemme de la question 2 affirme que l'intersection de deux quorums est encore un quorum. Par récurrence sur  $k$ , on voit que

$$Q_k = \bigcap_{i=1}^k (V \setminus \{v_i\})$$

est un quorum pour tout  $k$ .

(4.b) On a

$$Q_n = \bigcap_{i=1}^n (V \setminus \{v_i\}).$$

Mais chaque votant  $v_j$  est exclu de  $V \setminus \{v_j\}$ , donc n'appartient pas à  $Q_n$ . Comme cela vaut pour tout  $j$ , aucun votant n'est dans  $Q_n$ , donc  $Q_n = \emptyset$ . D'après (4.a),  $\emptyset$  est donc un quorum.

(4.c) Supposons que  $\emptyset$  soit un quorum. Par définition, cela signifie que, pour tous  $A, B$  et tous profils  $(\succ_v)$  tels que

- tous les votants de  $\emptyset$  préfèrent  $A$  à  $B$  (condition vide, toujours vraie) ;
- tous les votants hors de  $\emptyset$  (c'est-à-dire tous les votants) préfèrent  $B$  à  $A$ ,

l'ordre social doit classer  $A$  au-dessus de  $B$ .

Considérons un profil où, pour tous les votants  $v$ , on a  $B \succ_v A$ . L'axiome d'unanimité (Un) impose alors  $B \succ_F A$ . Mais si  $\emptyset$  est un quorum, on doit au contraire avoir  $A \succ_F B$  dans cette situation. On a donc à la fois  $A \succ_F B$  et  $B \succ_F A$ . Par transitivité, cela implique  $A \succ_F A$ , ce qui contredit l'irréflexivité.

(4.d) La contradiction montre qu'il n'existe aucun système de vote  $F$  satisfaisant simultanément (R), (Det), (Un), (Imp), (IIA), (ND) dès que  $|\mathcal{C}| \geq 3$ . C'est une forme d'impossibilité au sens Arrow, dans la version élémentaire proposée par T. Tao.

## Séances 7 et 8 : Examens

*Durée : 90 min*

*Compétences :*

---

# Catalogue

Niels Feld

13 janvier 2026

## Question 1

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Il est sans équivoque que l'influence humaine a réchauffé l'atmosphère, l'océan et les terres.

0%
10%
20%
30%

40%
50%
60%
70%

80%
90%
100%

Commentaire après réponse:

La section A.1.7 indique une accélération. Le taux moyen d'élévation est passé de 1,3 mm/an (entre 1901 et 1971) à 1,9 mm/an (entre 1971 et 2006), puis à 3,7 mm/an (entre 2006 et 2018).

## Question 2

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La vitesse de l'élévation du niveau moyen de la mer a diminué au cours des dernières décennies.

0%
10%
20%
30%

40%
50%
60%
70%

80%
90%
100%

Commentaire après réponse:

La section A.1.7 indique une accélération. Le taux moyen d'élévation est passé de 1,3 mm/an (entre 1901 et 1971) à 1,9 mm/an (entre 1971 et 2006), puis à 3,7 mm/an (entre 2006 et 2018).

## Question 3

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Les concentrations atmosphériques de CO2 en 2019 étaient plus élevées qu'à n'importe quel moment au cours des 2 derniers millions d'années.

0%
10%
20%
30%

40%
50%
60%
70%

80%
90%
100%

Commentaire après réponse:

La section A.2.1 précise : "In 2019, atmospheric CO2 concentrations were higher than at any time in at least 2 million years (high confidence)...".

## CORRECTION

### Question 4

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Les facteurs naturels, tels que les variations solaires et volcaniques, sont les principaux moteurs du réchauffement climatique observé depuis 1850-1900.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section A.1.3 et la figure SPM.2 montrent que l'augmentation de température due aux activités humaines est estimée entre 0.8°C et 1.3°C, tandis que les facteurs naturels n'ont contribué qu'à hauteur de -0.1°C à +0.1°C. Le principal moteur est l'émission de gaz à effet de serre.

### Question 5

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Dans les scénarios à fortes émissions de CO<sub>2</sub>, les puits de carbone terrestres et océaniques deviennent proportionnellement moins efficaces pour absorber le CO<sub>2</sub> de l'atmosphère.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.4.1 et la figure SPM.7 expliquent que, bien que les puits de carbone absorbent une quantité absolue plus grande de CO<sub>2</sub> dans les scénarios à émissions élevées, la proportion des émissions qu'ils absorbent diminue. Par conséquent, une plus grande fraction du CO<sub>2</sub> émis reste dans l'atmosphère.

### Question 6

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Si les émissions mondiales de CO<sub>2</sub> atteignaient un niveau net nul, l'élévation du niveau de la mer s'arrêterait et commencerait à s'inverser en quelques décennies.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

De nombreux changements sont irréversibles à l'échelle de plusieurs siècles. La section D.1.6 indique : "...it would take several centuries to millennia for global mean sea level to reverse course even under large net negative CO<sub>2</sub> emissions (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 7

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Chaque 0,5°C de réchauffement planétaire supplémentaire entraîne des augmentations clairement discernables de l'intensité et de la fréquence des extrêmes de chaleur et des précipitations intenses.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.2.2 stipule : "For example, every additional 0.5°C of global warming causes clearly discernible increases in the intensity and frequency of hot extremes, including heatwaves (very likely), and heavy precipitation (high confidence)...".

### Question 8

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

La fonte de la calotte glaciaire de l'Antarctique, bien que préoccupante, ne contribue que de manière mineure à l'élévation du niveau de la mer par rapport à la dilatation thermique de l'océan.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La contribution des calottes glaciaires est devenue majeure. La section A.4.3 indique que pour la période 2006-2018, la perte de masse des calottes glaciaires et des glaciers était le contributeur dominant à l'élévation du niveau moyen de la mer à l'échelle mondiale. La perte de la calotte glaciaire a été multipliée par quatre entre 1992-1999 et 2010-2019.

### Question 9

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

La circulation méridienne de retournement de l'Atlantique (AMOC) devrait très probablement se renforcer au cours du 21e siècle, ce qui atténuerait le réchauffement en Europe.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.3.4 indique le contraire : "The Atlantic Meridional Overturning Circulation is very likely to weaken over the 21st century for all emissions scenarios."

## CORRECTION

### Question 10

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Limiter le réchauffement climatique à un niveau spécifique, comme 1,5°C, dépend principalement de la réduction rapide des émissions de méthane (CH4), les émissions cumulées de CO2 étant un facteur secondaire.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section D.1.1 réaffirme qu'il existe une relation quasi linéaire entre les émissions de CO2 cumulées et le réchauffement planétaire. Atteindre un niveau de réchauffement spécifique impose donc de limiter les émissions cumulées de CO2 à un "budget carbone" défini. Bien que la réduction des autres gaz soit cruciale, le CO2 cumulé est le facteur déterminant pour la stabilisation de la température à long terme.

### Question 11

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'augmentation des précipitations de mousson observées depuis les années 1980 est en partie due à l'augmentation des émissions d'aérosols.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Voir la section A.3.3 du SPM.

### Question 12

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après les projections des modèles, dans le scénario intermédiaire d'émissions de GES qui stabilise les concentrations de CO2 atmosphérique au cours de ce siècle (SSP2-4,5), les taux de CO2 absorbés par les continents et les océans devraient augmenter durant la seconde moitié du XXIe siècle

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Cf section B.4.2 du SPM "Based on model projections, under the intermediate GHG emissions scenario that stabilizes atmospheric CO2 concentrations this century (SSP2-4.5), the rates of CO2 taken up by the land and ocean are projected to decrease in the second half of the 21st century (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 13

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Dans un scénario à très fortes émissions (SSP5-8.5), une élévation du niveau de la mer de 2 mètres d'ici 2100 est considérée comme un résultat probable.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Bien que possible, ce n'est pas considéré comme probable. La section B.5.3 du SPM donne la fourchette probable pour le scénario SSP5-8.5 entre 0,63 m et 1,01 m d'ici 2100. Cependant, elle ajoute une mise en garde cruciale : "Global mean sea level rise above the likely range – approaching 2 m by 2100 ... under a very high GHG emissions scenario (SSP5-8.5) (low confidence) – cannot be ruled out due to deep uncertainty in ice-sheet processes." C'est donc un résultat à faible probabilité (low confidence) mais à fort impact, et non un résultat probable.

### Question 14

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Les effets de la réduction des émissions de GES sur la température mondiale ne seront discernables de la variabilité naturelle du climat qu'après plusieurs décennies (environ 50 ans).

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Les effets sont discernables plus rapidement. La section D.2.3 du SPM indique que des différences dans les tendances de la température de surface mondiale sur 20 ans entre un scénario de très faibles émissions et un scénario de très fortes émissions "would likely emerge during the near term" (c'est-à-dire 2021-2040), soit en une vingtaine d'années.

### Question 15

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le GIEC, la mortalité humaine due aux inondations, sécheresses et tempêtes entre 2010 et 2020 était environ deux à trois fois plus élevée dans les régions très vulnérables que dans celles à très faible vulnérabilité.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

L'écart est bien plus important, soulignant l'inégalité face aux risques. La section B.2.4 du WG2 SPM énonce : "Between 2010–2020, human mortality from floods, droughts and storms was 15 times higher in highly vulnerable regions, compared to regions with very low vulnerability (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 16

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le changement climatique a entraîné une diminution globale de la productivité agricole au cours des 50 dernières années.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est une question de nuance. La productivité globale a continué d'augmenter, mais moins vite qu'elle ne l'aurait fait sans le changement climatique. La section B.1.3 du SPM précise : "Although overall agricultural productivity has increased, climate change has slowed this growth over the past 50 years globally (medium confidence)..."

### Question 17

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La construction de digues et de murs maritimes est considérée comme une solution d'adaptation 'sans regret' (no-regret), car elle réduit toujours efficacement les risques côtiers à court et long terme sans créer de nouveaux problèmes.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Cet exemple illustre le concept de "maladaptation". Une solution à court terme peut aggraver la vulnérabilité à long terme. La section C.4.1 du WGII SPM explique : "For example, seawalls effectively reduce impacts to people and assets in the short-term but can also result in lock-ins and increase exposure to climate risks in the long-term unless they are integrated into a long-term adaptive plan (high confidence)."

### Question 18

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Les flux financiers mondiaux pour le climat sont répartis de manière à peu près égale entre l'atténuation (mitigation) et l'adaptation.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Il existe un déséquilibre financier important. La section C.3.2 du SPM déclare : "The overwhelming majority of global tracked climate finance was targeted to mitigation while a small proportion was targeted to adaptation (very high confidence)."

## CORRECTION

### Question 19

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Pour maintenir la résilience de la biodiversité et des services écosystémiques à l'échelle mondiale, le GIEC suggère que la conservation efficace et équitable d'environ 30% à 50% des terres, des eaux douces et des océans de la Terre est nécessaire.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Cette conclusion chiffre un objectif clé pour la résilience planétaire. La section D.4 du WGII SPM indique : "...maintaining the resilience of biodiversity and ecosystem services at a global scale depends on effective and equitable conservation of approximately 30% to 50% of Earth's land, freshwater and ocean areas, including currently near-natural ecosystems (high confidence)."

### Question 20

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Environ un quart des espèces évaluées dans le monde a déjà modifié son aire de répartition vers les pôles ou des altitudes plus élevées en réponse au changement climatique.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Il s'agit d'un impact observé majeur sur la biosphère. La section B.1.2 du WGII SPM stipule : "Approximately half of the species assessed globally have shifted polewards or, on land, also to higher elevations (very high confidence)."

### Question 21

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'urbanisation est principalement considérée comme un facteur aggravant la vulnérabilité, offrant peu d'opportunités pour le développement résilient au climat.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

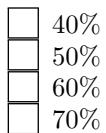
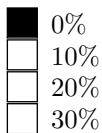
Le rapport du GIEC souligne que l'urbanisation est un double tranchant : un risque mais aussi une opportunité majeure. La section D.3 du WGII SPM indique : "...the global trend of urbanisation also offers a critical opportunity in the near-term, to advance climate resilient development (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 22

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport du GIEC établit que, bien que des facteurs non-climatiques dominent, l'influence du climat sur les conflits violents est statistiquement robuste et significative.



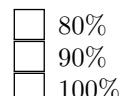
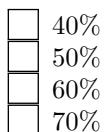
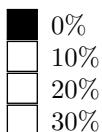
Commentaire après réponse:

Le rapport est très prudent sur ce lien. Il indique une influence faible et une association statistique non robuste. La section B.1.7 du WGII SPM précise : "While non-climatic factors are the dominant drivers of existing intrastate violent conflicts, in some assessed regions extreme weather and climate events have had a small, adverse impact on their length, severity or frequency, but the statistical association is weak (medium confidence)."

### Question 23

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le déploiement à grande échelle de mesures comme le boisement sur des terres naturellement non boisées ou la bioénergie est présenté comme une stratégie d'adaptation et d'atténuation sans risque majeur pour la biodiversité ou la sécurité alimentaire.



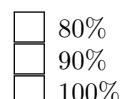
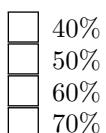
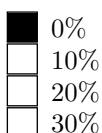
Commentaire après réponse:

Le rapport met en garde contre les effets secondaires négatifs de certaines mesures de réponse, un concept clé de la maladaptation. La section B.5.4 du WGII SPM énonce clairement : "Deployment of afforestation of naturally unforested land, or poorly implemented bioenergy, with or without carbon capture and storage, can compound climate-related risks to biodiversity, water and food security, and livelihoods, especially if implemented at large scales, especially in regions with insecure land tenure (high confidence)."

### Question 24

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'Adaptation basée sur les Écosystèmes (AbE) est une solution robuste dont l'efficacité reste constante quel que soit le niveau de réchauffement planétaire.



Commentaire après réponse:

Le rapport souligne que l'efficacité de l'AbE diminue avec la hausse des températures, car les écosystèmes eux-mêmes atteignent leurs limites. La section C.2.5 du WGII SPM indique : "Ecosystem-based Adaptation is vulnerable to climate change impacts, with effectiveness declining with increasing global warming (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 25

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Un dépassement temporaire ("overshoot") de l'objectif de réchauffement de 1,5°C n'entraînera pas d'impacts irréversibles, à condition que la température mondiale redescende ensuite à ce niveau.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le rapport est très clair sur le fait que même un dépassement temporaire a des conséquences permanentes. La section B.6 du WGII SPM stipule : "Depending on the magnitude and duration of overshoot, some impacts will cause release of additional greenhouse gases (medium confidence) and some will be irreversible, even if global warming is reduced (high confidence)."

### Question 26

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Les impacts du changement climatique sur la santé mentale sont évalués avec un niveau de confiance "très élevé" dans les régions étudiées.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est un point de plus en plus documenté et affirmé avec force dans le rapport. La section B.1.4 du WG II SPM indique : "Climate change has adversely affected physical health of people globally (very high confidence) and mental health of people in the assessed regions (very high confidence)."

### Question 27

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Les approches de modification du rayonnement solaire (SRM) sont présentées comme une solution efficace pour arrêter l'augmentation des concentrations de CO<sub>2</sub> dans l'atmosphère et l'acidification des océans.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le rapport souligne que la SRM ne traite que les symptômes (température) et non la cause profonde (concentrations de CO<sub>2</sub>). La section B.5.5 du WGII SPM explique : "Solar radiation modification would not stop atmospheric CO<sub>2</sub> concentrations from increasing or reduce resulting ocean acidification under continued anthropogenic emissions (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 28

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Dans le rapport, le concept de "justice climatique" est défini de manière précise, se concentrant exclusivement sur la répartition équitable des charges financières entre les nations.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le rapport reconnaît la complexité et les multiples dimensions de la justice climatique. La note de bas de page 14 du WGII SPM (page 7) précise que le terme inclut trois principes : la justice distributive (répartition des charges et bénéfices), la justice procédurale (qui participe aux décisions) et la reconnaissance (respect des diverses cultures et perspectives). La définition va donc bien au-delà des seules charges financières. Elle stipule : "...generally includes three principles : distributive justice which refers to the allocation of burdens and benefits among individuals, nations and generations ; procedural justice which refers to who decides and participates in decision-making ; and recognition which entails basic respect and robust engagement with and fair consideration of diverse cultures and perspectives."

### Question 29

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Les zones protégées existantes dans le monde couvrent un environ 30% des terres, 42% des eaux douces et 16% des océans.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Les pourcentages sont bien plus faibles. La section WGII B.2.2 du SPM indique : "Globally, less than 15% of the land, 21% of the freshwater and 8% of the ocean are protected areas. In most protected areas, there is insufficient stewardship to contribute to reducing damage from, or increasing resilience to, climate change (high confidence)."

### Question 30

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

À un niveau de réchauffement de 2°C, le risque d'extinction "très élevé" pour les espèces endémiques dans les points chauds de biodiversité ("biodiversity hotspots") devrait au moins doubler par rapport au risque à 1,5°C.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

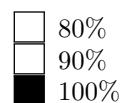
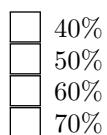
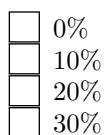
Le rapport quantifie l'augmentation drastique du risque pour la biodiversité entre 1,5°C et 2°C. La section B.4.1 du WGII SPM précise : "Very high extinction risk for endemic species in biodiversity hotspots is projected to at least double from 2% between 1.5°C and 2°C global warming levels... (medium confidence)."

## CORRECTION

### Question 31

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'augmentation des risques de feux de forêt dans certaines régions a été attribuée avec un niveau de confiance "très élevé" au changement climatique d'origine humaine.



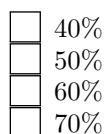
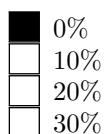
Commentaire après réponse:

La section B.1.1 du WGII SPM indique : "Observed increases in areas burned by wildfires have been attributed to human-induced climate change in some regions (medium to high confidence)."

### Question 32

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport IPCC AR6 ne reconnaît pas les schémas historiques tels que le colonialisme comme un facteur influençant la vulnérabilité actuelle des nations au changement climatique.



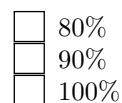
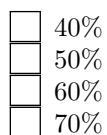
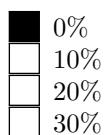
Commentaire après réponse:

Le rapport AR6 intègre beaucoup plus fortement les dimensions historiques et sociales de la vulnérabilité. La section B.2.4 du WGII SPM énonce : "Present development challenges causing high vulnerability are influenced by historical and ongoing patterns of inequity such as colonialism, especially for many Indigenous Peoples and local communities (high confidence)."

### Question 33

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'IPCC AR6 WGII affirme avec une confiance moyenne ("medium confidence") que le rythme actuel de la planification et de la mise en œuvre de l'adaptation n'est pas suffisant pour combler progressivement le "déficit d'adaptation" ("adaptation gap") d'ici le milieu du siècle.



Commentaire après réponse:

Le rapport alerte **avec une confiance élevée** sur le fait que le déficit ne se comble pas, mais au contraire se creuse. La section C.1.2 du WGII SPM avertit : "At current rates of adaptation planning and implementation the adaptation gap will continue to grow (**high confidence**)."

## CORRECTION

### Question 34

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport estime qu'à un réchauffement planétaire de 4°C, environ 10% de la superficie terrestre mondiale sera confrontée simultanément à des augmentations des débits fluviaux extrêmement élevés et extrêmement bas.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Cette statistique illustre la complexification de la gestion de l'eau. La section B.4.2 du SPM indique : "At global warming of 4°C, approximately 10% of the global land area is projected to face increases in both extreme high and low river flows in the same location, with implications for planning for all water use sectors (medium confidence)."

### Question 35

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport du GIEC AR6 estime qu'environ 1,5 milliard de personnes vivent dans des contextes très vulnérables au changement climatique.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le nombre est bien plus élevé, ce qui souligne l'ampleur du défi. La section B.2 du WGII SPM indique : "Approximately 3.3 to 3.6 billion people live in contexts that are highly vulnerable to climate change (high confidence)."

### Question 36

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport du GIEC AR6 estime que tous les impacts économiques attribués au changement climatique sont négatifs, sans exception régionale ou sectorielle.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.1.6 du WGII SPM note : "Some positive economic effects have been identified in regions that have benefited from lower energy demand as well as comparative advantages in agricultural markets and tourism (high confidence)."

## CORRECTION

### Question 37

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

À un réchauffement de 2°C, le rapport du GIEC AR6 estime que 3 à 18% des espèces terrestres évaluées seront probablement confrontées à un risque très élevé d'extinction.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Section B.1.4. du WGII SPM : "In terrestrial ecosystems, 3 to 14% of species assessed 33 will likely face very high risk of extinction 34 at global warming levels of 1.5°C, increasing up to 3 to 18% at 2°C, 3 to 29% at 3°C, 3 to 39% at 4°C, and 3 to 48% at 5°C."

### Question 38

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Dans le rapport du GIEC AR6, la suppression systématique des incendies est citée comme une solution à développer à plus grande échelle afin de protéger les écosystèmes forestiers face au changement climatique.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est un exemple classique de maladaptation. Une intervention qui semble bénéfique peut être néfaste pour les écosystèmes qui dépendent du feu pour leur régénération. La section C.4.2 du SPM explique : "Examples of these maladaptive actions for ecosystems include fire suppression in naturally fire-adapted ecosystems..."

### Question 39

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, d'ici 2050, environ deux milliards de personnes devraient vivre dans la Zone Côtière de Basse Altitude (LE CZ - Low Elevation Coastal Zone), les exposant à des risques accrus.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

L'ordre de grandeur est incorrect, bien que le nombre soit très important. La section D.3.3 du WGII SPM précise : "...almost 11% of the global population – 896 million people – lived within the Low Elevation Coastal Zone in 2020, potentially increasing to beyond 1 billion people by 2050..." Le chiffre est donc d'environ 1 milliard, pas 2.

## CORRECTION

### Question 40

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport du GIEC AR6 affirme que l'intégration de l'adaptation au changement climatique dans les programmes de protection sociale, notamment les transferts monétaires et les programmes de travaux publics, est fortement réalisable et renforce la résilience face au changement climatique, particulièrement lorsqu'elle est accompagnée de services et d'infrastructures de base.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

D'après la section C.2.9 du WGII SPM : "Integrating climate adaptation into social protection programs, including cash transfers and public works programmes, is highly feasible and increases resilience to climate change, especially when supported by basic services and infrastructure."

### Question 41

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Entre 2010 et 2019, le coût unitaire de l'énergie solaire et des batteries lithium-ion a baissé d'environ 40-50%.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La baisse a été beaucoup plus spectaculaire, ce qui est un point central du rapport du GIEC AR6. La section B.4.1 du WG3 SPM indique : "From 2010 to 2019, there have been sustained decreases in the unit costs of solar energy (85%), wind energy (55%), and lithium-ion batteries (85%)..." .

### Question 42

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, les scénarios modélisés qui limitent le réchauffement à 2°C prévoient une réduction significative du PIB mondial d'ici 2050, de l'ordre de 10 à 20%, par rapport aux politiques actuelles, nonobstant les bénéfices liés aux dommages climatiques évités.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est une idée reçue très répandue. L'impact macroéconomique modélisé de la transition est faible par rapport à la croissance économique globale attendue. La section C.12.2 du WG3 SPM énonce : "...assessed global GDP reached in 2050 is reduced by 1.3–2.7% in modelled pathways assuming coordinated global action... to limit warming to 2°C (>67%)." Le rapport précise que dans tous les cas, le PIB mondial devrait au moins doubler sur la même période.

## CORRECTION

### Question 43

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, les options de mitigation coûtant moins de 20 USD par tonne de CO2-équivalent pourraient fournir plus de la moitié du potentiel de réduction des émissions mondiales d'ici 2030.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est une conclusion majeure qui montre qu'une part importante de la solution est très abordable. La section C.12.1 du WG3 SPM le confirme : "Mitigation options costing USD100 tCO2-eq-1 or less could reduce global GHG emissions by at least half of the 2019 level by 2030... options costing less than USD20 tCO2-eq-1 are estimated to make up more than half of this potential."

### Question 44

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le rapport du GIEC AR6 identifie les changements de comportement et les mesures sur la demande ("demand-side") comme ayant un potentiel de réduction des émissions relativement modeste (moins de 20% d'ici 2050), l'essentiel de l'effort devant provenir des technologies de l'offre énergétique.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le WG3 AR6 met un accent beaucoup plus fort que les rapports précédents sur le potentiel massif de la gestion de la demande. La section C.10 du WG3 SPM conclut : "Demand-side mitigation encompasses changes in infrastructure use, end-use technology adoption, and socio-cultural and behavioural change. Demand-side measures and new ways of end-use service provision can reduce global GHG emissions in end-use sectors by 40–70% by 2050 compared to baseline scenarios..."

Exemples concrets de mesures "côté demande" :

Réduction de la consommation d'énergie : Isoler mieux les bâtiments. Utiliser des appareils électroménagers plus efficaces. Éteindre les lumières inutiles.

Changements de comportement : Privilégier le vélo, la marche ou les transports en commun plutôt que la voiture. Réduire les voyages en avion. Adopter une alimentation plus végétale (moins de viande, surtout de boeuf).

Nouveaux modèles de service : Partager des voitures (covoiturage, autopartage). Acheter des biens durables plutôt que jetables. Utiliser des services de réparation ou de location au lieu d'acheter neuf.

Urbanisme et aménagement du territoire : Créer des villes denses où on peut tout faire à pied ou à vélo. Réduire la dépendance à la voiture individuelle

## CORRECTION

### Question 45

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Au niveau mondial, les 10% des ménages ayant les plus fortes émissions par habitant contribuent pour environ 70 à 85% des émissions mondiales de GES liées à la consommation des ménages.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Leur contribution est bien plus importante, soulignant l'impact disproportionné des plus riches. La section B.3.4 du WG3 SPM énonce : "Globally, the 10% of households with the highest per capita emissions contribute 34–45% of global consumption-based household GHG emissions, while the bottom 50% contribute 13–15%."

Chiffres approximatifs :

L'émission moyenne d'un Français : environ 8 à 10 tonnes de CO2eq par an (tout inclus, y compris les émissions liées à la consommation importée). L'émission moyenne d'un citoyen mondial : environ 5 à 6 tonnes. Pour être dans les 50% les plus pauvres du monde, il faut émettre moins de 2 tonnes par an par personne. Pour être dans les 10% les plus riches du monde, il faut émettre plus de 25 tonnes par an par personne.

### Question 46

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Le rapport du GIEC AR6 conclut que le potentiel de mitigation du secteur AFOLU (Agriculture, Forêts et autres affectations des terres) est si important qu'il peut entièrement compenser un retard dans la réduction des émissions des autres secteurs comme l'industrie ou l'énergie.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est une nuance cruciale : les puits de carbone naturels et gérés sont essentiels mais ne sont pas une excuse pour l'inaction ailleurs. La section C.9.1 du WG3 SPM est catégorique : "AFOLU mitigation measures cannot fully compensate for delayed emission reductions in other sectors."

### Question 47

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

D'après le rapport du GIEC AR6, le déploiement des techniques d'élimination du dioxyde de carbone (Carbon Dioxide Removal) est considéré comme une option de dernier recours, potentiellement utile mais pas indispensable pour atteindre les objectifs de neutralité carbone.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le rapport insiste sur le caractère incontournable du CDR pour compenser les émissions résiduelles difficiles à abattre. La section C.11 du WG3 SPM stipule : "The deployment of carbon dioxide removal (CDR) to counterbalance hard-to-abate residual emissions is unavoidable if net zero CO2 or GHG emissions are to be achieved."

## CORRECTION

### Question 48

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

D'après le rapport du GIEC AR6, la suppression des subventions aux combustibles fossiles est présentée comme la mesure la plus efficace, capable de réduire les émissions mondiales de GES de plus de 25% d'ici 2030.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Bien qu'importante, l'impact de cette mesure est souvent surestimé. Le rapport donne un ordre de grandeur bien plus modeste. La section E.4.2 du WG3 SPM énonce : "Removing fossil fuel subsidies would reduce emissions, improve public revenue and macroeconomic performance, and yield other environmental and sustainable development benefits; subsidy removal may have adverse distributional impacts especially on the most economically vulnerable groups which, in some cases can be mitigated by measures such as redistributing revenue saved, all of which depend on national circumstances (high confidence); fossil fuel subsidy removal is projected by various studies to reduce global CO<sub>2</sub> emissions by 1–4%, and GHG emissions by up to 10% by 2030, varying across regions (medium confidence)."

### Question 49

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Le rapport du GIEC AR6 estime que le bénéfice économique mondial de la limitation du réchauffement à 2°C est incertain et probablement inférieur aux coûts de l'atténuation par rapport aux trajectoires sans mesures d'atténuation au-delà des politiques actuelles.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La plupart des études évaluées concluent à un bénéfice net. La section C.12.3 du WG3 SPM indique : "The global economic benefit of limiting warming to 2°C is reported to exceed the cost of mitigation in most of the assessed literature (medium confidence)."

### Question 50

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Selon le rapport du GIEC AR6, environ 50 à 80% des émissions de CH<sub>4</sub> provenant du secteur des combustibles fossiles pourraient être évitées grâce aux technologies actuellement disponibles, pour un coût inférieur à 50 dollars par tonne équivalent CO<sub>2</sub>.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.4.5 du WG3 SPM affirme : "About 50–80% of CH<sub>4</sub> emissions from these fossil fuels could be avoided with currently available technologies at less than USD50 tCO<sub>2</sub>-eq-1 (medium confidence)." Ceci met en lumière une opportunité de mitigation majeure et rentable, souvent sous-estimée.

## CORRECTION

### Question 51

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, une planification urbaine durable et une conception des infrastructures intégrant des toits et façades végétalisés, des réseaux de parcs et d'espaces ouverts peuvent offrir à la fois des avantages en matière d'atténuation et d'adaptation dans les zones d'habitat.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

IPCC AR6 WG3 SPM : "Sustainable urban planning and infrastructure design including green roofs and facades, networks of parks and open spaces, management of urban forests and wetlands, urban agriculture, and water-sensitive design can deliver both mitigation and adaptation benefits in settlements (medium confidence).

### Question 52

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, la capture et le stockage du carbone (CCS) est une technologie mature et largement déployée dans le secteur de la production d'électricité, mais encore peu mature dans l'industrie gazière.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

C'est l'inverse. La maturité de la technologie dépend fortement du secteur d'application. La section C.4.6 du WG3 SPM précise : "When CO2 is captured directly from the atmosphere (DACCs), or from biomass (BECCS), CCS provides the storage component of these CDR methods. CO2 capture and subsurface injection is a mature technology for gas processing and enhanced oil recovery. In contrast to the oil and gas sector, CCS is less mature in the power sector, as well as in cement and chemicals production, where it is a critical mitigation option."

### Question 53

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, la capacité technique de stockage géologique du CO2 est estimée à environ 1000 gigatonnes de CO2, ce qui dépasse les besoins de stockage de CO2 d'ici 2100 pour limiter le réchauffement climatique à 1,5°C.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.4.6 du WG3 SPM : "The technical geological CO2 storage capacity is estimated to be on the order of 1000 GtCO2, which is more than the CO2 storage requirements through 2100 to limit global warming to 1.5°C, although the regional availability of geological storage could be a limiting factor. If the geological storage site is appropriately selected and managed, it is estimated that the CO2 can be permanently isolated from the atmosphere. Implementation of CCS currently faces technological, economic, institutional, ecological-environmental and socio-cultural barriers. Currently, global rates of CCS deployment are far below those in modelled pathways limiting global warming to 1.5°C or 2°C."

## CORRECTION

### Question 54

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, dans les trajectoires modélisées qui atteignent la neutralité carbone mondiale en CO<sub>2</sub>, au moment où cette neutralité est atteinte, entre 5 et 16 gigatonnes de CO<sub>2</sub> émises par certains secteurs sont compensées par des émissions nettes négatives de CO<sub>2</sub> dans d'autres secteurs.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.3.3 du WG3 SPM : "In modelled pathways that reach global net zero CO<sub>2</sub> emissions : at the point they reach net zero, 5–16 GtCO<sub>2</sub> of emissions from some sectors are compensated for by net negative CO<sub>2</sub> emissions in other sectors."

### Question 55

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, la fourchette probable de l'augmentation de la température moyenne de surface mondiale due aux activités humaines entre 1850–1900 et 2010–2019 est comprise entre 0,5°C et 1,0°C, avec une estimation centrale de 0,77°C. De plus, les facteurs naturels ont modifié la température moyenne de surface mondiale de 0,2°C à +0,4°C, et la variabilité interne l'a modifiée de 0,1°C à +0,5°C.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section A.1.3 du WG1 SPM dit : "The likely range of total human-caused global surface temperature increase from 1850–1900 to 2010–2019 is 0.8°C to 1.3°C, with a best estimate of 1.07°C. It is likely that well-mixed GHGs contributed a warming of 1.0°C to 2.0°C, other human drivers (principally aerosols) contributed a cooling of 0.0°C to 0.8°C, natural drivers changed global surface temperature by -0.1°C to +0.1°C, and internal variability changed it by -0.2°C to +0.2°C." Pour le grand public, on simplifie parfois ces faits en disant que le réchauffement climatique est à 100% due aux activités humaines et à 0% due aux facteurs naturels.

### Question 56

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, l'appauvrissement de la couche d'ozone stratosphérique causé par l'homme a été l'un des principaux facteurs du réchauffement de la basse stratosphère entre 1979 et le milieu des années 1990.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section A.1.3 du WG1 SPM énonce : "It is [...] extremely likely that human-caused stratospheric ozone depletion was the main driver of **cooling** of the lower stratosphere between 1979 and the mid-1990s" La "basse stratosphère" correspond à la partie de la stratosphère proche de la troposphère, où les satellites et les ballons météorologiques détectent les changements de température. Ce refroidissement est un signal distinct du réchauffement de la surface : leur combinaison est justement un indicateur fort du forçage anthropique (gaz à effet de serre réchauffent la troposphère et refroidissent la stratosphère). L'appauvrissement de l'ozone est principalement dû aux CFC, interdits progressivement après le Protocole de Montréal (1987).

## CORRECTION

### Question 57

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Entre 1901 et 2018, l'augmentation du niveau moyen global de la mer a augmenté de 2 mètres.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section A.1.7 du WG1 SPM dit : "Global mean sea level increased by 0.20 [0.15 to 0.25] m between 1901 and 2018.". Cette hausse est une moyenne globale : localement, les variations peuvent être très différentes (à cause de l'affaissement ou du soulèvement des terres, des courants océaniques, etc.). Une hausse de 20 cm en un siècle, bien qu'elle semble modeste, représente une accélération historique par rapport aux millénaires précédents.

### Question 58

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La période chaude la plus récente avant celle actuelle remonte à environ 125 000 ans, lorsque la température moyenne sur plusieurs siècles [de 0,5°C à 1,5°C par rapport à 1850–1900] chevauche les observations de la dernière décennie (confiance moyenne).

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section A.2.2 du WG1 SPM dit : "temperatures during the most recent decade (2011–2020) exceed those of the most recent multi-century warm period, around 6500 years ago [0.2°C to 1°C relative to 1850–1900] (medium confidence). Prior to that, the next most recent warm period was about 125,000 years ago, when the multi-century temperature [0.5°C to 1.5°C relative to 1850–1900] overlaps the observations of the most recent decade (medium confidence)". Cette période d'il y a 6 500 ans correspond au maximum thermique de l'Holocène, une époque où l'insolation estivale dans l'hémisphère nord était plus élevée.

Dire que les températures récentes dépassent celles de cette période, malgré un forçage solaire moindre aujourd'hui, est un indice fort de l'impact anthropique.

### Question 59

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, l'influence humaine a probablement augmenté la probabilité d'événements extrêmes composés depuis les années 1950. Cela inclut une augmentation de la fréquence des vagues de chaleur et des sécheresses simultanées à l'échelle mondiale, des conditions météorologiques propices aux incendies dans certaines régions de tous les continents habités, ainsi que des inondations composées dans certains endroits.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section A.3.5 du WG1 SPM : "Human influence has likely increased the chance of compound extreme events18 since the 1950s. This includes increases in the frequency of concurrent heatwaves and droughts on the global scale (high confidence), fire weather in some regions of all inhabited continents (medium confidence), and compound flooding in some locations." "Événements extrêmes composés" : il s'agit d'événements qui se produisent en même temps ou en interaction, comme une vague de chaleur pendant une sécheresse, ou une tempête côtière combinée à une crue fluviale.

## CORRECTION

### Question 60

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, à l'échelle mondiale, les épisodes de précipitations extrêmes quotidiennes devraient diminuer d'environ 7% pour chaque degré Celsius de réchauffement global.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.2.4 du WG1 SPM dit : "16 SPM Summary for Policymakers B.2.4 It is very likely that heavy precipitation events will intensify and become more frequent in most regions with additional global warming. At the global scale, extreme daily precipitation events are projected to intensify by about 7% for each 1°C of global warming (high confidence). " Cette estimation de +7 % °C provient principalement de la relation de Clausius-Clapeyron, qui décrit comment l'air plus chaud peut contenir plus de vapeur d'eau (environ +7 % d'humidité maximale par °C). Cela concerne surtout les intensités des événements extrêmes (par exemple, la quantité de pluie en une journée), pas nécessairement leur fréquence.

### Question 61

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, dans les scénarios avec des émissions de CO2 en augmentation, les puits de carbone océaniques et terrestres devraient être moins efficaces pour ralentir l'accumulation de CO2 dans l'atmosphère.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section B.4 du WG1 SPM : "Under scenarios with increasing CO2 emissions, the ocean and land carbon sinks are projected to be less effective at slowing the accumulation of CO2 in the atmosphere.". Les puits de carbone sont les processus naturels (comme la photosynthèse terrestre et l'absorption océanique) qui retirent une partie du CO2 émis dans l'atmosphère. Avec le réchauffement, ces puits deviennent moins efficaces : par exemple, les sols peuvent relâcher du carbone, les forêts peuvent saturer ou brûler, et les océans peuvent absorber moins à mesure qu'ils se réchauffent. Cette perte d'efficacité agit comme une rétroaction positive : plus on émet, moins la planète peut tamponner ces émissions, donc le CO2 s'accumule plus vite.

## CORRECTION

### Question 62

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, il est très probable que la circulation méridienne de retournement de l'Atlantique (AMOC) s'affaiblisse au cours du XXIe siècle, et ce, dans tous les scénarios d'émissions. Il y a une confiance moyenne qu'un effondrement brutal n'aura pas lieu avant 2100.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.3.4 du WG1 SPM : "The Atlantic Meridional Overturning Circulation is very likely to weaken over the 21st century for all emissions scenarios. While there is high confidence in the 21st century decline, there is only low confidence in the magnitude of the trend. There is medium confidence that there will not be an abrupt collapse before 2100. If such a collapse were to occur, it would very likely cause abrupt shifts in regional weather patterns and water cycle, such as a southward shift in the tropical rain belt, weakening of the African and Asian monsoons and strengthening of Southern Hemisphere monsoons, and drying in Europe.". L'AMOC inclut notamment le Gulf Stream et joue un rôle central dans la redistribution de la chaleur sur Terre. "Very likely" : probabilité > 90 % selon la terminologie du GIEC. Le fait qu'un affaiblissement soit presque certain, mais qu'un effondrement brutal reste peu probable avant 2100 (confiance moyenne), n'exclut pas de fortes conséquences régionales (e.g. un refroidissement en Europe de l'Ouest ou des perturbations des moussons).

### Question 63

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Chaque tranche de 1 000 gigatonnes de CO<sub>2</sub> émises de manière cumulative devrait probablement entraîner une augmentation de la température moyenne de surface mondiale comprise entre 0,27°C et 0,63°C, avec une estimation centrale de 0,45°C.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section D1.1 du WG1 SPM : "Each 1000 GtCO<sub>2</sub> of cumulative CO<sub>2</sub> emissions is assessed to likely cause a 0.27°C to 0.63°C increase in global surface temperature with a best estimate of 0.45°C.<sup>41</sup> This is a narrower range compared to AR5 and SR1.5. This quantity is referred to as the transient climate response to cumulative CO<sub>2</sub> emissions (TCRE). This relationship implies that reaching net zero anthropogenic CO<sub>2</sub> emissions<sup>42</sup> is a requirement to stabilize human-induced global temperature increase at any level, but that limiting global temperature increase to a specific level would imply limiting cumulative CO<sub>2</sub> emissions to within a carbon budget." Cela correspond à une sensibilité climatique transitoire au carbone (ou TCRE pour Transient Climate Response to cumulative CO<sub>2</sub> Emissions), un indicateur clé du lien quasi-linéaire entre les émissions cumulées et le réchauffement.

Likely signifie ici une probabilité supérieure à 66% selon le GIEC.

Ce chiffre permet d'évaluer combien d'émissions "restantes" sont compatibles avec différents objectifs climatiques (comme limiter le réchauffement à 1,5°C ou 2°C).

## CORRECTION

### Question 64

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, il faudrait plusieurs siècles à des millénaires pour que le niveau moyen global de la mer commence à redescendre, même en présence d'importantes émissions nettes négatives de CO2.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section D.1.6 du WG1 SPM : "If global net negative CO2 emissions were to be achieved and be sustained, the global CO2-induced surface temperature increase would be gradually reversed but other climate changes would continue in their current direction for decades to millennia (high confidence). For instance, it would take several centuries to millennia for global mean sea level to reverse course even under large net negative CO2 emissions (high confidence)." Les émissions nettes négatives désignent une situation où l'on retire plus de CO2 de l'atmosphère qu'on n'en émet (via reforestation, capture directe de l'air, bioénergie avec capture et stockage, etc.). Malgré cela, le niveau de la mer continuerait à monter ou resterait élevé pendant longtemps à cause de l'inertie des calottes glaciaires, des océans et du système climatique en général. Cela souligne que certains impacts du changement climatique sont quasi-irréversibles à l'échelle humaine, même si les émissions futures sont fortement réduites ou inversées.

### Question 65

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, le terme *justice climatique* englobe généralement trois principes : la justice distributive, qui concerne la répartition des charges et des bénéfices entre les individus, les nations et les générations ; la justice procédurale, qui porte sur qui décide et qui participe au processus décisionnel ; et la reconnaissance, qui implique un respect fondamental, une prise en compte équitable et un engagement sincère envers la diversité des cultures et des perspectives.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La page 7 du WG2 SPM dit : "The term climate justice, while used in different ways in different contexts by different communities, generally includes three principles : distributive justice which refers to the allocation of burdens and benefits among individuals, nations and generations ; procedural justice which refers to who decides and participates in decision-making ; and recognition which entails basic respect and robust engagement with and fair consideration of diverse cultures and perspectives."

## CORRECTION

### Question 66

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, le réchauffement des océans et leur acidification ont eu des effets négatifs sur la production alimentaire provenant de la conchyliculture et des pêcheries dans certaines régions océaniques.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.1.3 du WG2 SPM dit : "Ocean warming and ocean acidification have adversely affected food production from shellfish aquaculture and fisheries in some oceanic regions." Conchyliculture désigne l'élevage de mollusques comme les huîtres, moules, coquilles Saint-Jacques, etc. L'acidification réduit la disponibilité des carbonates nécessaires à la formation des coquilles, rendant les jeunes mollusques particulièrement vulnérables. Le réchauffement affecte la répartition des espèces, la croissance, la reproduction, et peut favoriser les maladies ou les blooms d'algues nuisibles.

### Question 67

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Dans le rapport du GIEC AR6, on peut lire : "Bien que le développement agricole contribue à la sécurité alimentaire, l'expansion agricole non durable, en partie poussée par des régimes alimentaires déséquilibrés, accroît la vulnérabilité des écosystèmes et des populations, et entraîne une compétition pour les ressources en terres et/ou en eau."

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.2.3 du WG2 SPM : "While agricultural development contributes to food security, unsustainable agricultural expansion, driven in part by unbalanced diets 32 , increases ecosystem and human vulnerability and leads to competition for land and/or water resources (high confidence)." "Balanced diets feature plant-based foods, such as those based on coarse grains, legumes fruits and vegetables, nuts and seeds, and animal-source foods produced in resilient, sustainable and low-greenhouse gas emissions systems, as described in SRCCL"

### Question 68

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Selon le rapport du GIEC AR6, avec un réchauffement global d'environ 2°C, la disponibilité de l'eau de fonte des neiges pour l'irrigation devrait diminuer jusqu'à 60% dans certains bassins fluviaux dépendants de cette ressource.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section B.4.2 du WG2 SPM : "At approximately 2°C global warming, snowmelt water availability for irrigation is projected to decline in some snowmelt dependent river basins by up to 20%." Les bassins fluviaux dépendants de la fonte des neiges incluent notamment des régions comme l'Himalaya, les Andes ou les Rocheuses, où l'eau de fonte est essentielle en saison sèche.

Cette diminution est liée à la réduction de l'enneigement, à la fonte plus précoce et à la modification du régime saisonnier des précipitations.

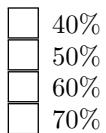
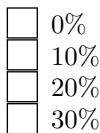
Une baisse de 20% peut avoir des impacts majeurs sur la production agricole, surtout dans des régions déjà exposées au stress hydrique.

## CORRECTION

### Question 69

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

D'après le rapport du GIEC AR6, comparée à d'autres facteurs socio-économiques, l'influence du climat sur les conflits est considérée comme relativement faible.



Commentaire après réponse:

La section B.4.7 du WG2 SPM : "Compared to other socioeconomic factors the influence of climate on conflict is assessed as relatively weak (high confidence). Along long-term socioeconomic pathways that reduce non-climatic drivers, risk of violent conflict would decline (medium confidence). At higher global warming levels, impacts of weather and climate extremes, particularly drought, by increasing vulnerability will increasingly affect violent intrastate conflict (medium confidence)."

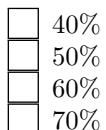
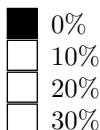
Cela ne veut pas dire que le climat n'a aucun rôle, mais que son effet est généralement indirect et contextuel, souvent moins déterminant que des facteurs comme la gouvernance, les inégalités, ou les tensions ethniques ou politiques.

Les trajectoires socio-économiques (*socioeconomic pathways*) font référence aux Shared Socioeconomic Pathways (SSP), qui modélisent des futurs possibles combinant tendances démographiques, économiques, technologiques, etc.

### Question 70

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

Selon le rapport du GIEC AR6, la prise de conscience publique et politique croissante des impacts et des risques liés au climat a conduit environ 70 pays, ainsi que de nombreuses villes, à intégrer l'adaptation dans leurs politiques climatiques et leurs processus de planification.



Commentaire après réponse:

La section C.1.1 du WG2 SPM : "Growing public and political awareness of climate impacts and risks has resulted in at least 170 countries and many cities including adaptation in their climate policies and planning processes (high confidence). Decision support tools and climate services are increasingly being used (very high confidence). Pilot projects and local experiments are being implemented in different sectors (high confidence). Adaptation can generate multiple additional benefits such as improving agricultural productivity, innovation, health and well-being, food security, livelihood, and biodiversity conservation as well as reduction of risks and damages (very high confidence)." L'adaptation désigne les actions visant à réduire la vulnérabilité face aux effets du changement climatique (e.g. infrastructures résilientes, gestion de l'eau, systèmes d'alerte précoce). Le fait que l'adaptation soit intégrée aux politiques ne signifie pas nécessairement qu'elle est financée ou mise en œuvre efficacement : c'est un engagement sur le papier, pas toujours suivi d'effets concrets.

## CORRECTION

### Question 71

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

D'après le rapport du GIEC AR6, des options d'adaptation efficaces, accompagnées de politiques publiques favorables, améliorent la disponibilité et la stabilité de l'alimentation, réduisent les risques climatiques pesant sur les systèmes alimentaires, et renforcent leur durabilité (confiance moyenne). Les options efficaces incluent l'amélioration des variétés cultivées, l'agroforesterie, l'adaptation communautaire, la diversification des exploitations et des paysages, ainsi que l'agriculture urbaine.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.2.2 du WG2 SPM dit : "Effective adaptation options, together with supportive public policies enhance food availability and stability and reduce climate risk for food systems while increasing their sustainability (medium confidence). Effective options include cultivar improvements, agroforestry, community-based adaptation, farm and landscape diversification, and urban agriculture (high confidence)" Confiance moyenne indique que ces conclusions sont étayées par un corpus de preuves raisonnable, mais qu'il subsiste des incertitudes (par exemple sur l'efficacité à grande échelle ou dans des contextes spécifiques). Ces options sont considérées comme "sans regret" : elles apportent des bénéfices même indépendamment du scénario climatique exact. L'agriculture urbaine et la diversification sont souvent soulignées pour leur rôle dans la résilience locale et la sécurité alimentaire en milieu urbain et périurbain.

### Question 72

#### Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :

D'après le rapport du GIEC AR6, l'élévation du niveau de la mer constitue un défi d'adaptation particulier et important.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section C.2.8 du WG2 SPM dit : "Sea level rise poses a distinctive and severe adaptation challenge as it implies dealing with slow onset changes and increased frequency and magnitude of extreme sea level events which will escalate in the coming decades (high confidence). Such adaptation challenges would occur much earlier under high rates of sea level rise, in particular if low-likelihood, high impact outcomes associated with collapsing ice sheets occur (high confidence). Responses to ongoing sea level rise and land subsidence in low-lying coastal cities and settlements and small islands include protection, accommodation, advance and planned relocation (high confidence)45 . These responses are more effective if combined and/or sequenced, planned well ahead, aligned with sociocultural values and development priorities, and underpinned by inclusive community engagement processes (high confidence)." Les événements extrêmes incluent les submersions côtières lors de tempêtes, les marées exceptionnelles, ou les inondations chroniques dans les zones basses.

## CORRECTION

### Question 73

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, les émissions nettes cumulées de CO2 entre 1850 et 2019 représentent environ quatre cinquièmes du budget carbone total pour avoir 50 % de chances de limiter le réchauffement climatique à 1,5°C (estimation centrale d'environ 2 900 GtCO2), et environ deux tiers du budget carbone total pour avoir 67 % de chances de limiter le réchauffement à 2°C (estimation centrale d'environ 3 550 GtCO2).

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section B.1.3 du WG3 SPM : "historical cumulative net CO2 emissions between 1850 and 2019 amount to about four-fifths<sup>12</sup> of the total carbon budget for a 50% probability of limiting global warming to 1.5°C (central estimate about 2900 GtCO2), and to about two thirds<sup>12</sup> of the total carbon budget for a 67% probability to limit global warming to 2°C (central estimate about 3550 GtCO2)."

### Question 74

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

En 2019, environ 34% (20 GtCO<sub>2</sub>-éq) des émissions nettes totales de gaz à effet de serre d'origine anthropique provenaient du secteur des transports, 24 % (14 GtCO<sub>2</sub>-éq) de l'agriculture, de la foresterie et de l'utilisation des terres (AFOLU), 22 % (13 GtCO<sub>2</sub>-éq) des bâtiments, 15 % (8,7 GtCO<sub>2</sub>-éq) de l'industrie, et 6 % (3,3 GtCO<sub>2</sub>-éq) de l'approvisionnement en énergie.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section B.2.1 du WG3 SPM : "In 2019, approximately 34% (20 GtCO<sub>2</sub>-eq) of total net anthropogenic GHG emissions came from the energy supply sector, 24% (14 GtCO<sub>2</sub>-eq) from industry, 22% (13 GtCO<sub>2</sub>-eq) from agriculture, forestry and other land use (AFOLU), 15% (8.7 GtCO<sub>2</sub>-eq) from transport and 6% (3.3 GtCO<sub>2</sub>-eq) from buildings.<sup>1</sup>" Les chiffres sont exprimés en gigatonnes d'équivalent CO<sub>2</sub> (GtCO<sub>2</sub>-éq), ce qui inclut le CO<sub>2</sub> mais aussi les autres GES comme le méthane (CH<sub>4</sub>) et le protoxyde d'azote (N<sub>2</sub>O), convertis selon leur pouvoir de réchauffement global.

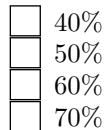
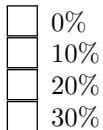
Le secteur AFOLU inclut à la fois les émissions (ex. déforestation) et les absorptions (ex. séquestration dans les sols), mais ici on parle des émissions nettes. Cette répartition met en évidence que l'énergie, l'industrie et l'agriculture représentent ensemble plus de 80 % des émissions mondiales.

## CORRECTION

### Question 75

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La croissance annuelle moyenne des émissions de gaz à effet de serre entre 2010 et 2019 a ralenti par rapport à la décennie précédente dans les secteurs de l'approvisionnement en énergie (passant de 2,3 % à 1,0 %) et de l'industrie (de 3,4 % à 1,4 %).



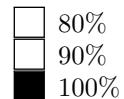
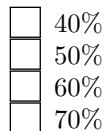
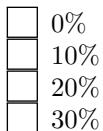
Commentaire après réponse:

La section B.2.2 du WG3 SPM : "Average annual GHG emissions growth between 2010 and 2019 slowed compared to the previous decade in energy supply (from 2.3% to 1.0%) and industry (from 3.4 % to 1.4 %), but remained roughly constant at about 2% yr<sup>-1</sup> in the transport sector (high confidence). Emissions growth in AFOLU, comprising emissions from agriculture (mainly CH<sub>4</sub> and N<sub>2</sub>O) and forestry and other land use (mainly CO<sub>2</sub> ) is more uncertain than in other sectors due to the high share and uncertainty of CO<sub>2</sub>-LULUCF emissions (medium confidence). About half of total net AFOLU emissions are from CO<sub>2</sub>-LULUCF, predominantly from deforestation<sup>14</sup> (medium confidence)." Il s'agit de taux de croissance annuels moyens, donc les émissions augmentent toujours, mais plus lentement qu'avant. En 2025, dans de plus en plus de régions ou secteurs, le taux de croissance stagne voire diminue.

### Question 76

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, la robotique et l'intelligence artificielle peuvent améliorer la gestion de l'énergie dans tous les secteurs, accroître l'efficacité énergétique et favoriser l'adoption de nombreuses technologies à faibles émissions, y compris les énergies renouvelables décentralisées, tout en créant des opportunités économiques.



Commentaire après réponse:

La section B.4.3 du WG3 SPM : "For example, sensors, internet of things, robotics, and artificial intelligence can improve energy management in all sectors, increase energy efficiency, and promote the adoption of many low-emission technologies, including decentralised renewable energy, while creating economic opportunities (high confidence). However, some of these climate change mitigation gains can be reduced or counterbalanced by growth in demand for goods and services due to the use of digital devices (high confidence). Digitalisation can involve trade-offs across several SDGs, for example, increasing electronic waste, negative impacts on labour markets, and exacerbating the existing digital divide. Digital technology supports decarbonisation only if appropriately governed (high confidence)" Les technologies numériques sont vues ici comme des leviers transversaux pour la transition énergétique, non seulement du côté technique (meilleure efficacité) mais aussi organisationnel (pilotage intelligent, maintenance prédictive, flexibilité des réseaux). Néanmoins, l'effet rebond est aussi mis en évidence. Le message central ici est que la technologie n'est pas neutre : son impact dépend des politiques, des régulations, et des choix socio-économiques qui l'accompagnent. : les gains d'efficacité permis par la technologie peuvent être annulés si la consommation globale augmente en parallèle. Rappel : SDG = Sustainable Development Goals = Objectifs de Développement Durable (ODD)

**Question 77****Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, si les modes de fonctionnement historiques sont maintenus, et en l'absence de mesures supplémentaires de réduction, les émissions futures cumulées estimées de CO2 provenant des infrastructures fossiles existantes s'élèveraient, de 2018 jusqu'à la fin de leur durée de vie, à 660 GtCO2, dépassant l'équivalent du budget carbone restant pour limiter le réchauffement à 1.5°C.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section B.7.1 du WG3 SPM : "If historical operating patterns are maintained, and without additional abatement, estimated cumulative future CO2 emissions from existing fossil fuel infrastructure, the majority of which is in the power sector, would, from 2018 until the end of its lifetime, amount to 660 [460–890] GtCO<sub>2</sub>. They would amount to 850 [600–1100] GtCO<sub>2</sub> when unabated emissions from currently planned infrastructure in the power sector is included. These estimates compare with cumulative global net CO<sub>2</sub> emissions from all sectors of 510 [330–710] GtCO<sub>2</sub> until the time of reaching net zero CO<sub>2</sub> emissions in pathways that limit warming to 1.5°C (>50%) with no or limited overshoot, and 890 [640–1160] GtCO<sub>2</sub> in pathways that limit warming to 2°C (>67%). (high confidence)"

**Question 78****Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, les véhicules électriques alimentés par de l'électricité à faibles émissions offrent le plus grand potentiel de décarbonation du transport terrestre, sur l'ensemble de leur cycle de vie.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Section C.8 du WG3 SPM : "Electric vehicles powered by low-emissions electricity offer the largest decarbonisation potential for land-based transport, on a life cycle basis (high confidence). Sustainable biofuels can offer additional mitigation benefits in land-based transport in the short and medium term (medium confidence). Sustainable biofuels, low-emissions hydrogen, and derivatives (including synthetic fuels) can support mitigation of CO<sub>2</sub> emissions from shipping, aviation, and heavy-duty land transport but require production process improvements and cost reductions (medium confidence). Many mitigation strategies in the transport sector would have various co-benefits, including air quality improvements, health benefits, equitable access to transportation services, reduced congestion, and reduced material demand (high confidence)." L'expression "on a life cycle basis" signifie que l'analyse tient compte de toutes les étapes : fabrication, utilisation, production d'électricité, entretien, et fin de vie. Cela concerne le transport terrestre, donc les voitures, camions, bus, etc., mais pas les avions ni les navires.

## CORRECTION

### Question 79

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après le rapport du GIEC AR6, l'électrification totale du secteur aérien (en particulier des avions long-courriers) est une condition indispensable mais atteignable pour atteindre la neutralité carbone.

0%  
 10%  
 20%  
 30%

40%  
 50%  
 60%  
 70%

80%  
 90%  
 100%

Commentaire après réponse:

La section C.8.4 du WG3 SPM : "While efficiency improvements (e.g., optimised aircraft and vessel designs, mass reduction, and propulsion system improvements) can provide some mitigation potential, additional CO<sub>2</sub> emissions mitigation technologies for aviation and shipping will be required (high confidence). For aviation, such technologies include high energy density biofuels (high confidence), and low-emission hydrogen and synthetic fuels (medium confidence). Alternative fuels for shipping include low-emission hydrogen, ammonia, biofuels, and other synthetic fuels (medium confidence). Electrification could play a niche role for aviation and shipping for short trips (medium confidence) and can reduce emissions from port and airport operations (high confidence). Improvements to national and international governance structures would further enable the decarbonisation of shipping and aviation (medium confidence). Such improvements could include, for example, the implementation of stricter efficiency and carbon intensity standards for the sectors (medium confidence)." À l'heure actuelle, les technologies de batteries ne permettent pas d'électrifier de manière viable les avions long-courriers, principalement en raison de leur faible densité énergétique comparée au carburant.

### Question 80

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, environ 40% des cultures alimentaires mondiales, qui comprennent des fruits et légumes et quelques-unes des principales cultures commerciales, telles que le café, le cacao et les amandes, reposent sur la pollinisation animale.

0%  
 10%  
 20%  
 30%

40%  
 50%  
 60%  
 70%

80%  
 90%  
 100%

Commentaire après réponse:

La section A1 de l'IPBES : "Ainsi, plus de 75 % des cultures alimentaires mondiales, qui comprennent des fruits et légumes et quelques-unes des principales cultures commerciales, telles que le café, le cacao et les amandes, reposent sur la pollinisation animale".

## CORRECTION

### Question 81

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, les écosystèmes marins et terrestres sont les seuls puits des émissions anthropiques de carbone, avec une séquestration brute de 5,6 gigatonnes de carbone par an (soit l'équivalent d'environ 60 % des émissions mondiales d'origine anthropique).

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La section A1 de l'IPBES : "Les écosystèmes marins et terrestres sont les seuls puits des émissions anthropiques de carbone, avec une séquestration brute de 5,6 gigatonnes de carbone par an (soit l'équivalent d'environ 60 % des émissions mondiales d'origine anthropique). La nature sous-tend toutes les dimensions de la santé humaine et contribue à des aspects non matériels de la qualité de vie – inspiration et apprentissage, expériences physiques et psychologiques, et supports d'identité – qui sont indispensables à la qualité de la vie et à l'intégrité culturelle, même si leur valeur cumulée est difficile à quantifier."

### Question 82

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, environ 90% de la surface de corail vivant des récifs coralliens a été perdue depuis les années 1870.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section A4 de l'IPBES : "Environ la moitié de la surface de corail vivant des récifs coralliens a été perdue depuis les années 1870, ces pertes s'étant accélérées au cours des décennies récentes en raison des changements climatiques, qui exacerbent d'autres facteurs."

### Question 83

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, l'augmentation du taux global d'espèces menacées d'extinction est environ 2 fois plus élevé que la moyenne sur les 10 millions d'années écoulées.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

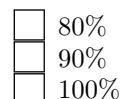
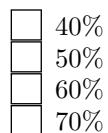
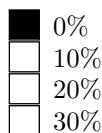
La section A5 de l'IPBES : "En moyenne, 25 % des espèces appartenant aux groupes d'animaux et de végétaux évalués sont menacés Figure SPM.3, ce qui suggère qu'environ 1 million d'espèces sont déjà menacées d'extinction, beaucoup dans les décennies à venir, à moins que des mesures ne soient prises pour réduire l'intensité des facteurs à l'origine de la perte de biodiversité. Faute de mesures, l'augmentation du taux global d'espèces menacées d'extinction va encore s'accélérer, alors qu'il est déjà au moins des dizaines voire des centaines de fois plus élevé que la moyenne sur les 10 millions d'années écoulés."

## CORRECTION

### Question 84

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, la pollution marine par les plastiques a été multipliée par 1000 entre 1980 et 2020.

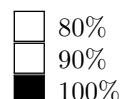
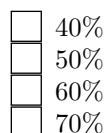
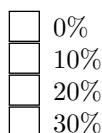


Commentaire après réponse: D'après la section B3 de l'IPBES : "La pollution marine par les plastiques, en particulier, a été multipliée par dix depuis 1980, affectant au moins 267 espèces, dont 86 % des tortues marines, 44 % des oiseaux marins et 43 % des mammifères marins. Ceci peut affecter les humains au travers des chaînes alimentaires."

### Question 85

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, plus de 80 % des eaux usées mondiales sont rejetées dans l'environnement sans avoir été traitées.



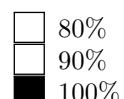
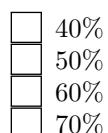
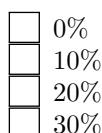
Commentaire après réponse:

La section B.10 de l'IPBES : "Plus de 80 % des eaux usées mondiales sont rejetées dans l'environnement sans avoir été traitées, tandis que 300 à 400 millions de tonnes de métaux lourds, de solvants, de boues toxiques et d'autres déchets provenant d'installations industrielles sont déversées chaque année dans les eaux du globe 2.1.15. Utilisés en quantités excessives ou de manière inadaptée, les engrangements peuvent migrer des champs vers les écosystèmes d'eau douce et les écosystèmes côtiers."

### Question 86

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, près de 25 % des émissions mondiales de gaz à effet de serre proviennent du défrichement, de la production végétale et de la fertilisation, les aliments d'origine animale y contribuant pour 75 %.



Commentaire après réponse:

La section B.11 de l'IPBES : "Plus d'un tiers des terres émergées de la planète et près des trois quarts des ressources en eau douce sont consacrées à la production végétale ou animale 2.1.11. La production végétale est pratiquée sur environ 12 % de la superficie totale des terres libres de glace. Le pâturage est pratiqué sur environ 25 % des terres libres de glace et sur environ 70 % des terres arides 2.1.11. Près de 25 % des émissions mondiales de gaz à effet de serre proviennent du défrichement, de la production végétale et de la fertilisation, les aliments d'origine animale y contribuant pour 75 %."

## CORRECTION

### Question 87

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

D'après l'IPBES, l'augmentation des concentrations atmosphériques de dioxyde de carbone peut être bénéfique pour la productivité primaire nette et améliorer la couverture végétale forestière.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: La section C.28 de l'IPBES : "On prévoit, pour les décennies à venir, d'importants déplacements des limites des biomes terrestres sous l'effet des changements climatiques, en particulier dans les régions boréales, subpolaires et polaires et dans les environnements (semi-)arides; un climat plus chaud et plus sec causera une diminution de la productivité dans de nombreux endroits (bien établi) 4.2.4.1. En revanche, l'augmentation des concentrations atmosphériques de dioxyde de carbone peut être bénéfique pour la productivité primaire nette et améliorer la couverture végétale forestière, en particulier dans les régions semi-arides (établi mais incomplet) 4.2.4.1." Oui, l'augmentation du CO<sub>2</sub> peut stimuler temporairement la productivité primaire nette et contribuer à un certain verdissement. Mais non, cela ne signifie pas que cela améliore durablement ou positivement la santé des écosystèmes forestiers. L'effet positif est largement contrebalancé par les impacts négatifs du changement climatique (sécheresses, incendies, maladies, pertes de biodiversité).

### Question 88

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le concept de biodiversité correspond à la diversité au sein des espèces et entre espèces, ainsi que la diversité des assemblages d'espèces.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La biodiversité inclut la diversité des espèces, celle des gènes au sein de chacune des espèces, et celle des assemblages d'espèces dans les milieux. En revanche, elle n'inclut pas la diversité des interactions entre les organismes; cet aspect renvoie à l'écologie. La capacité des écosystèmes à résister à des perturbations d'origine naturelle ou humaine est désignée par le terme de résilience. La biodiversité, considérée dans toutes ses dimensions, y contribue.  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/definition-de-la-biodiversite>      <https://www.uved.fr/fiche/ressource/introduction-a-la-notion-de-biodiversite>      <https://www.uved.fr/fiche/ressource/biodiversite-fonctionnement-et-stabilite-des-ecosystemes>

## CORRECTION

### Question 89

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

On estime que depuis 1970, les populations animales de la planète ont vu leurs effectifs diminuer d'environ 50%.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Le rapport Planète vivante est publié par la WWF, en partenariat avec la Société zoologique de Londres, le Global Footprint Network et le Water Footprint network. La dernière version, publiée en 2024, met en évidence un déclin de 73% du nombre d'individus au sein de 35 000 populations d'espèces vertébrées des écosystèmes terrestres et aquatiques (mammifères, reptiles, oiseaux, amphibiens, poissons) entre 1970 et 2020. Cela signifie que le nombre de ces animaux a, en moyenne, diminué de plus de deux tiers en 50 ans sur la Terre. <https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-limites-du-systeme-terre-1-changement-climatique-et-biodiversite> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/etat-actuel-de-la-planete-et-de-la-biodiversite> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/levaluation-globale-de-la-biodiversite-et-des-services-ecosystemiques> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-interactions-non-trophiques-et-leur-role-dans-le-fonctionnement>

### Question 90

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le gaz qui contribue le plus à l'effet de serre de l'atmosphère terrestre est le CO2.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

La vapeur d'eau est responsable de 60% de l'effet de serre naturel. C'est donc le premier gaz à effet de serre. Le CO2 est quant à lui responsable d'environ 26% de l'effet de serre. Il est suivi du méthane, des chlorofluorocarbures, de l'ozone et du N2O. Avec le réchauffement climatique, le contenu en vapeur d'eau atmosphérique augmente de l'ordre 7% par degré de réchauffement mondial, ce qui l'amplifie. On parle de rétroaction positive. Cette rétroaction est systématiquement prise en compte dans l'analyse de l'effet des gaz à effet de serre d'origine humaine sur la température de surface.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/effets-du-changement-climatique-sur-le-cycle-de-leau>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-gaz-a-effet-de-serre-sources-demission-et-impacts-sur-le-climat>

## CORRECTION

### Question 91

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Les deux principales causes de l'augmentation du niveau de la mer sont l'expansion thermique des océans en lien avec le réchauffement des masses d'eau ainsi que la fonte de la banquise.

0%  
 10%  
 20%  
 30%

40%  
 50%  
 60%  
 70%

80%  
 90%  
 100%

Commentaire après réponse: D'après le rapport du GIEC de 2021, l'expansion thermique et la fonte des calottes glaciaires (Groenland, Antarctique) contribuent en parties approximativement égales (environ 1,4 mm/an) à l'augmentation du niveau de la mer observée ces derniers cent ans. Deux autres facteurs interviennent : la fonte des glaciers de montagne et le déstockage de l'eau continentale (lacs, rivières, eaux souterraines...). Au total, le niveau de la mer augmente année après année de 4 mm en ce moment, plus de deux fois plus vite qu'au cours du XXe siècle. En revanche, la fonte de glace de mer (la banquise) ne contribue pas à l'augmentation du niveau de la mer puisque selon le principe d'Archimède, de la glace flottante occupe un volume égal à celui de son contenu en eau.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/sensibilite-des-calottes-polaires-au-changement-climatique>

### Question 92

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Réchauffement climatique* est dépassée.

0%  
 10%  
 20%  
 30%

40%  
 50%  
 60%  
 70%

80%  
 90%  
 100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 93

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Acidification des océans* est dépassée.

0%  
 10%  
 20%  
 30%

40%  
 50%  
 60%  
 70%

80%  
 90%  
 100%

Commentaire après réponse:

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 94

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Diminution de l'ozone stratosphérique* est dépassée.

0%  
 10%  
 20%  
 30%

40%  
 50%  
 60%  
 70%

80%  
 90%  
 100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

## CORRECTION

### Question 95

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Charge en aérosols atmosphériques* est dépassée.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 96

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Cycle du phosphore* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 97

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Cycle de l'azote* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 98

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Eaux de surface (eau bleue)* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 99

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Eaux des sols (eau verte)* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

## CORRECTION

### Question 100

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Changement d'usage des sols* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 101

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Diversité génétique* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 102

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Intégrité fonctionnelle* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

### Question 103

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

La limite planétaire *Introduction d'entités nouvelles dans l'environnement* est dépassée.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites\\_plan%C3%A9taires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Limites_plan%C3%A9taires)

## CORRECTION

### Question 104

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

En 2025, la production d'électricité d'origine renouvelable dans le monde représente environ 30% de la production mondiale d'électricité.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

Elle connaît un rythme de production qui est de l'ordre de +4,7 % par an. L'essentiel est tiré aujourd'hui par l'hydroélectricité (14%), loin devant l'éolien (8%), le solaire (6%) ou encore la biomasse (2%).

<https://www.connaissancesdesenergies.org/sites/connaissancesdesenergies.org/files/Report-Global-Electricity-Review-2024.pdf> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-energies-renouvelables-enjeux-et-defis-societaux> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/hydroelectricite-ressources-et-mix-energetique>

### Question 105

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

En France, la proportion des déchets ménagers qui recyclée ou compostée était égale à environ 25%.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: D'après Eurostat, le taux de recyclage et de compostage des déchets ménagers était, en France et en 2021, de 45,1%, loin par exemple derrière l'Allemagne dont le taux est de 71,1%. La France a donc encore des progrès à faire pour atteindre l'objectif européen fixé pour 2030 visant à réutiliser et à recycler 60% des déchets municipaux.

<https://www.europarl.europa.eu/topics/fr/article/20180328ST000751/gestion-des-dechets-dans-l-ue-faits-et-chiffres-infographie> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-dechets-menagers> <https://www.uved.fr/fiche/la-prevention-des-dechets> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/de-la-gestion-des-dechets-des-menages-au-developpement-de-leconomie-circulaire>

## CORRECTION

### Question 106

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Dans un pays en croissance, le recyclage de tous les déchets produits permettrait de ne plus avoir à extraire de matières premières pour fabriquer de nouveaux produits.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: Si nous parvenions à recycler tous les déchets que nous produisons, cela serait malheureusement insuffisant pour satisfaire tous nos besoins de matières. La raison est que la consommation de matières augmente tous les ans, de sorte qu'à un instant  $t$ , la quantité de matière recyclée est toujours inférieure à ce besoin de matières pour fabriquer de nouveaux produits. L'augmentation est par exemple de 3,5% par an pour des métaux comme le fer ou l'acier. Ce phénomène est amplifié par le fait qu'on ne recycle les matériaux que plusieurs années après leur mise en circulation. Et que pendant toutes ces années, la consommation de matières n'a cessé d'augmenter, parfois de manière exponentielle. Dans ce contexte, le recyclage seul, même très efficace, n'est pas suffisant pour limiter l'épuisement des ressources naturelles.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/ressources-non-renouvelables-et-croissance-economique>

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/croissance-economique-et-recyclage-des-matieres>

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-limites-du-recyclage-face-a-la-croissance-synthese>

### Question 107

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le concept de *développement durable* est apparu pour la première fois dans le rapport Meadows "Les limites de la croissance" de 1972.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

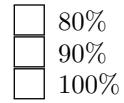
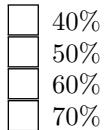
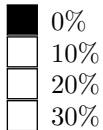
La référence historique en matière de développement durable est le rapport "Brundtland" publié en 1987 et intitulé *Notre avenir à tous*. Ce rapport tire son nom de la présidente de la Commission mondiale pour l'environnement et le développement, madame Gro Harlem Brundtland, qui était ministre norvégienne de l'environnement. Autre précision, il est question dans le document original de "sustainable development", généralement traduit en français par développement durable mais parfois aussi appelé développement soutenable. Ce concept, bien que critiqué, continue aujourd'hui d'être mobilisé, à travers par exemple les 17 Objectifs de Développement Durable (ODD) des nations-unies. <https://www.uved.fr/fiche/ressource/lincontournable-rapport-brundtland> <https://www.uved.fr/fiche/ressource/le-developpement-durable-au-sommet-les-grandes-conferences-internationales-de-stockholm-a-rio-20>

## CORRECTION

### Question 108

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la lutte contre l'accroissement démographique.



Commentaire après réponse:

Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

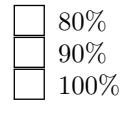
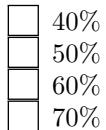
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

### Question 109

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve le respect des libertés publiques fondamentales.



Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>

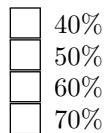
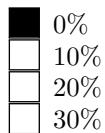
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

## CORRECTION

### Question 110

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la culture.



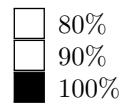
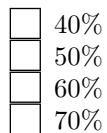
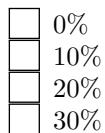
Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

### Question 111

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la lutte contre le changement climatique.



Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

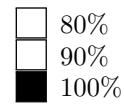
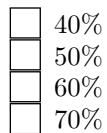
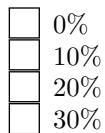
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

## CORRECTION

### Question 112

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la préservation de la biodiversité.



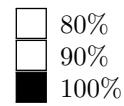
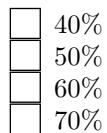
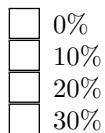
Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

### Question 113

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la lutte contre les inégalités.



Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

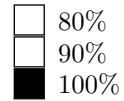
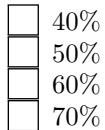
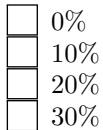
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

## CORRECTION

### Question 114

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la lutte contre la pauvreté.



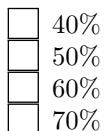
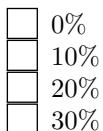
Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

### Question 115

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve la croissance économique.



Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

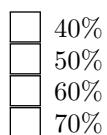
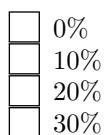
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

## CORRECTION

### Question 116

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Parmi les 17 Objectifs de Développement Durable adoptés en 2015 par l'ensemble des Etats membres des Nations unies se trouve l'éducation.



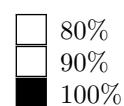
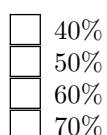
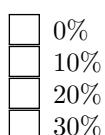
Commentaire après réponse: Les 17 Objectifs de Développement Durable des Nations unies sont : pas de pauvreté, faim zéro, bonne santé et bien-être, éducation de qualité, égalité entre les sexes, eau propre et assainissement, énergie propre et d'un coût abordable, travail décent et croissance économique, industrie innovation et infrastructures, inégalités réduites, villes et communautés durables, consommation et production responsables, mesures relatives à la lutte contre les changements climatiques, vie aquatique, vie terrestre, paix, justice et institutions efficaces, partenariats pour la réalisation des objectifs. Ces 17 ODD sont parfois associés aux 5 "P" People Planet Profit Peace Partnership.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/universalite-sectorielle-des-odd-tous-les-domaines-sont-couverts>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-odd-un-agenda-pour-tous-les-pays-et-pour-tous-les-secteurs>

### Question 117

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

Le CO2 a un temps de séjour dans l'atmosphère plus long que le méthane.



Commentaire après réponse: Le méthane a un pouvoir de réchauffement 28 fois supérieur à celui du dioxyde de carbone, mais sa durée de vie dans l'atmosphère, de l'ordre de 10 ans, est beaucoup plus courte. Actuellement, l'effet de serre additionnel lié aux activités humaines est lié à 56 % au CO2, et à 32% au méthane. Les sources naturelles d'émissions de méthane représentent actuellement environ 35% des émissions totales de méthane. Elles ont pour origine les zones humides au sein desquelles il existe un processus de décomposition anaérobique de la matière organique. Les sources anthropiques représentent environ 65% de ces émissions totales, et sont dominées, à parts à peu près égales, par l'exploitation du gaz naturel, l'élevage d'animaux ruminant, et la mise en décharge de déchets.

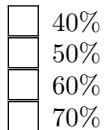
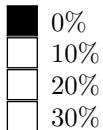
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/les-gaz-a-effet-de-serre-sources-de-mission-et-impacts-sur-le-climat>  
<https://www.uved.fr/fiche/ressource/le-cycle-du-methane>

## CORRECTION

### Question 118

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'eutrophisation est un processus de raréfaction des nutriments dans les milieux aquatiques, entraînant une diminution de la productivité biologique et la disparition progressive des espèces végétales.

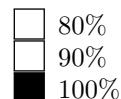
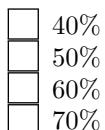
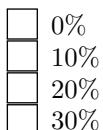


Commentaire après réponse: En réalité, c'est pratiquement l'inverse. L'eutrophisation est un processus d'enrichissement d'un milieu aquatique en nutriments, principalement l'azote et le phosphore, qui perturbe l'équilibre biologique de l'écosystème. Bien qu'il s'agisse d'un phénomène naturel d'évolution des lacs sur des échelles de temps géologiques, il est fortement accéléré par les activités humaines, au point de devenir une dégradation majeure. Cet apport excessif de nutriments, issu notamment du ruissellement des engrains agricoles et des rejets d'eaux usées, provoque une prolifération massive et rapide de végétaux, en particulier d'algues microscopiques (phytoplancton) à la surface de l'eau. Cette biomasse végétale, en mourant et en se déposant au fond, est décomposée par des bactéries. Ce processus de décomposition consomme de grandes quantités d'oxygène dissous dans l'eau. Il en résulte un appauvrissement en oxygène (hypoxie), voire sa disparition totale (anoxie), qui asphyxie la faune aquatique comme les poissons et les invertébrés. Ce phénomène conduit à un effondrement de la biodiversité, transformant parfois des zones aquatiques en "zones mortes".

### Question 119

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'acidification de l'océan est liée à l'absorption de CO<sub>2</sub> atmosphérique par l'océan et correspond aujourd'hui à une diminution d'environ 0,1 unité de pH depuis la période préindustrielle (1850-1900).



Commentaire après réponse: À mesure que les concentrations de CO<sub>2</sub> atmosphérique augmentent, les quantités de ce gaz absorbées par l'océan augmentent également, et ce phénomène réduit le pH de l'eau. Depuis 1860, le pH à la surface des océans est passé de 8,2 à 8,1, soit une augmentation de la concentration d'ions hydrogène de 26 %. Environ un tiers du dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) généré par les activités humaines a été absorbé par l'océan depuis le début de la révolution industrielle. Ce phénomène contribue à modérer le réchauffement global de la planète. Sans cette faculté, la quantité de CO<sub>2</sub> dans l'atmosphère serait beaucoup plus importante que celle observée aujourd'hui. Les conséquences sur le climat en seraient aggravées. Toutefois, cette hausse de l'acidité de l'eau (augmentation de la concentration en ions hydrogène (H<sup>+</sup>)) s'accompagne d'une diminution simultanée de la concentration en ions carbonate (CO<sub>3</sub><sup>2-</sup>) qui réduit la capacité chimique des océans à absorber le CO<sub>2</sub> tout en dégradant l'aptitude de certains organismes marins à fabriquer et à entretenir leur coquille ou leur exosquelette.

<https://www.uved.fr/fiche/ressource/le-puits-de-carbone-et-lacidification-de-locean>

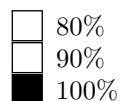
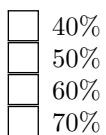
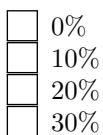
## CORRECTION

### Question 120

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) un repas avec du bœuf  
est plus élevée que celle de :  
(b) un repas avec du poulet.



Commentaire après réponse: Des bases de données comme Impact CO2 (portée par l'ADEME) donnent des ordres de grandeur pour des repas types : un repas « avec bœuf » se situe autour de 7 kg CO2e, tandis qu'un repas « avec poulet » est plutôt autour de 1,5-2 kg CO2e. L'empreinte carbone du repas avec bœuf est donc plusieurs fois supérieure à celle du repas avec poulet.

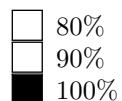
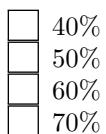
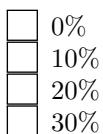
Sources (exemples) : <https://impactco2.fr/> <https://base-empreinte.ademe.fr/>

### Question 121

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) un repas avec du poulet  
est plus élevée que celle de :  
(b) un repas végétarien.



Commentaire après réponse: (ADEME / Impact CO2) indiquent que l'empreinte carbone d'un repas « avec poulet » est typiquement trois fois plus élevée que celle d'un repas végétarien (autour de 1,5-2 kg CO2e contre 0,5 kg CO2e). La présence de viande augmente fortement les émissions par rapport à un repas basé sur des végétaux.

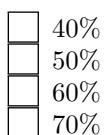
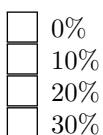
Sources : <https://impactco2.fr/> <https://www.ademe.fr/>

### Question 122

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) un repas avec du bœuf  
est plus élevée que celle de :  
(b) parcourir 10 km en voiture thermique moyenne.



Commentaire après réponse: Ordres de grandeur : – Repas avec bœuf : = 7 kg CO2e (Impact CO2 / ADEME). – Voiture thermique moyenne : = 0,2-0,25 kg CO2e par km selon la Base Carbone ADEME. Sur 10 km, cela donne = 2-2,5 kg CO2e.

Un repas avec bœuf émet donc typiquement environ trois fois plus de gaz à effet de serre que 10 km en voiture thermique.

Sources : <https://base-empreinte.ademe.fr/> <https://impactco2.fr/>

## CORRECTION

### Question 123

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) un repas végétarien  
est plus élevée que celle de :  
(b) parcourir 10 km en voiture thermique moyenne.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: Ordres de grandeur : – Repas végétarien : = 0,5 kg CO2e. – 10 km en voiture thermique moyenne : = 2–2,5 kg CO2e.

Le trajet en voiture a donc une empreinte environ 4 fois plus élevée que le repas végétarien : l'assertion est fausse.

Sources : <https://impactco2.fr/> <https://base-empreinte.ademe.fr/>

### Question 124

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) fabriquer un T-shirt en coton neuf  
est plus élevée que celle de :  
(b) parcourir 50 km en voiture thermique moyenne.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: Ordres de grandeur : – T-shirt coton : = 4–7 kg CO2e selon le grammage et la chaîne de production. – Voiture thermique : = 0,2–0,25 kg CO2e/km, soit = 10–12,5 kg CO2e pour 50 km.

L'empreinte de 50 km en voiture est donc généralement plus élevée que celle d'un T-shirt coton neuf. L'assertion est fausse.

Source : <https://impactco2.fr/>

### Question 125

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) fabriquer un jean en coton neuf  
est plus élevée que celle de :  
(b) parcourir 200 km en voiture thermique moyenne.

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: Ordres de grandeur : – Jean neuf : typiquement = 20–30 kg CO2e par pièce. – 200 km en voiture thermique moyenne : = 40–50 kg CO2e (en prenant = 0,2–0,25 kg CO2e/km).

À ces ordres de grandeur, 200 km en voiture émettent davantage que la fabrication d'un jean neuf. L'assertion est donc fausse.

Sources : <https://base-empreinte.ademe.fr/> <https://www.ademe.fr/>

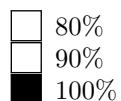
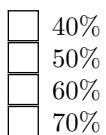
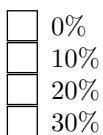
## CORRECTION

### Question 126

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) acheter un smartphone neuf (sur l'ensemble de son cycle de vie) est plus élevée que celle de :  
(b) acheter un jean neuf.



Commentaire après réponse: Les analyses de cycle de vie de smartphones (rapports environnementaux de fabricants et études de synthèse) donnent typiquement = 50–90 kg CO2e par appareil, la majorité étant liée à la phase de fabrication. Un jean neuf est plutôt autour de 20–30 kg CO2e. L'empreinte carbone d'un smartphone neuf est donc nettement plus élevée que celle d'un jean.

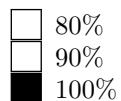
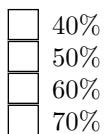
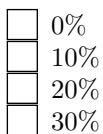
Source : <https://impactco2.fr/>

### Question 127

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) 1 kg de boeuf  
est plus élevée que celle de :  
(b) 1 kg de lentilles.



Commentaire après réponse: 1 kg de boeuf = 28 kgCO2e.

1 kg de lentille = 582 gCO2e

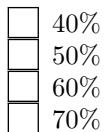
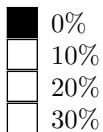
Source : <https://impactco2.fr/>

### Question 128

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) regarder 1 heure de vidéo en streaming (en Europe)  
est plus élevée que celle de :  
(b) parcourir 10 km en voiture thermique moyenne.



Commentaire après réponse: Plusieurs analyses (par exemple l'Agence internationale de l'énergie) estiment l'empreinte d'une heure de streaming vidéo, avec le mix électrique européen, à quelques dizaines de grammes de CO2 (= 0,03–0,1 kg CO2e) par heure.

En comparaison, 10 km en voiture thermique moyenne représentent = 2–2,5 kg CO2e. Même avec des hypothèses élevées pour le numérique, l'empreinte de 10 km en voiture reste très supérieure à celle d'une heure de streaming : l'assertion est fausse.

Source vulgarisée : <https://impactco2.fr/outils/usagenumerique/streamingvideo>

## CORRECTION

### Question 129

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) un aller-retour Paris–New York en avion (classe économique)  
est plus élevée que celle de :  
(b) parcourir 3 000 km en voiture thermique moyenne.

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse: Ordres de grandeur : – Aller-retour Paris–New York : les calculateurs d'empreinte aviation donnent typiquement = 1–1,7 tonne CO2e par passager (en incluant les effets non-CO2). – 3 000 km en voiture thermique moyenne : =  $3\ 000 \times 0,2\text{--}0,25 = 0,6\text{--}0,75$  tonne CO2e. Même avec des hypothèses basses pour l'avion et hautes pour la voiture, l'empreinte du vol long-courrier reste supérieure à celle du trajet de 3 000 km en voiture.

Source : <https://eco-calculateur.dta.aviation-civile.gouv.fr/>

### Question 130

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) 1 km en voiture thermique  
est plus élevée que celle de :  
(b) 100 km en vélo (mécanique).

<input type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

100 km en vélo = 17 gCO2e

1 km en voiture électrique = 103 gCO2

Sources : <https://impactco2.fr/outils/transport/velo> <https://impactco2.fr/outils/transport/voitureelectrique>

### Question 131

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) 1 kg de tofu (nature)  
est plus élevée que celle de :  
(b) 1 kg de saumon ou truite d'élevage (cru)

<input checked="" type="checkbox"/>	0%
<input type="checkbox"/>	10%
<input type="checkbox"/>	20%
<input type="checkbox"/>	30%

<input type="checkbox"/>	40%
<input type="checkbox"/>	50%
<input type="checkbox"/>	60%
<input type="checkbox"/>	70%

<input type="checkbox"/>	80%
<input type="checkbox"/>	90%
<input checked="" type="checkbox"/>	100%

Commentaire après réponse:

1 kg de tofu = 1 kg CO2e 1 kg de Saumon = 5.56 kg CO2e Sources : <https://impactco2.fr/outils/alimentation/tofu>

<https://impactco2.fr/outils/alimentation/saumon>

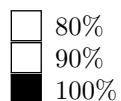
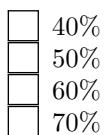
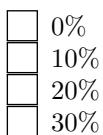
## CORRECTION

### Question 132

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) 1 heure de streaming vidéo  
est plus élevée que celle de :  
(b) 1 question à un grand modèle de langage (LLM)



Commentaire après réponse:

1 heure de streaming vidéo = 31.7 g CO2e

Requête d'environ 400 tokens au modèle « Le Chat » (Mistral Large 2) correspond à = 1,14 gCO2e.

Requête médiane à Gemini = 0.02 gCO2e

Une requête longue et complexe = moins d'une dizaine de gCO2e.

Néanmoins, voir les références ci-dessous pour plus d'information sur les impacts environnementaux de l'intelligence artificielle.

Sources :

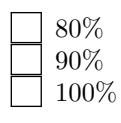
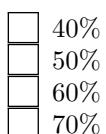
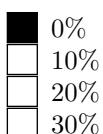
<https://impactco2.fr/outils/usagenumerique/streamingvideo>  
<https://mistral.ai/fr/news/our-contribution-to-a-global-environmental-standard-for-ai>  
<https://arxiv.org/abs/2505.09598>  
<https://cloud.google.com/blog/products/infrastructure/measuring-the-environmental-impact-of-ai-in?hl=en>  
[https://fr.wikipedia.org/wiki/Impacts\\_environnementaux\\_de\\_l'intelligence\\_artificielle](https://fr.wikipedia.org/wiki/Impacts_environnementaux_de_l'intelligence_artificielle)

### Question 133

**Vrai ou faux ? Donner votre degré de confiance dans ce qui suit :**

L'empreinte carbone de :

- (a) 100 km en TGV  
est plus élevée que celle de :  
(b) 10 km en voiture électrique.



Commentaire après réponse:

100 km en TGV = 293 gCO2e

10 km en voiture électrique = 1030 gCO2e.

Sources :

<https://impactco2.fr/outils/transport/voitureelectrique>  
<https://impactco2.fr/outils/transport/tgv>